清 华 大 学

博 士 后 研 究 工 作 报 告

跨季节蓄热系统不可逆性评价方法与蓄热水库冷热掺混现象分析

徐 天 昊

工作完成日期 2021 年 10 月—2023 年 10 月

报告提交日期 2023 年 10 月

清 华 大 学（北京）

2023 年 10 月

跨季节蓄热装置不可逆性评价方法与蓄热水库冷热掺混现象分析

IRREVERSIBILITY EVALUATION FRAMEWORK FOR SEASONAL THERMAL ENERGY STORAGE SYSTEMS AND MIXING PHENOMENA IN HOT WATER STORAGE RESERVOIRS

博 士 后 姓 名　　徐天昊

流动站（一级学科）名称　　清华大学土木工程

专 业（二级学科）名称　　供热、供燃气、通风及空调工程

研究工作起始时间　　2021 年 10 月 19 日

研究工作期满时间　　2023 年 10 月 31 日

清 华 大 学（北京）

2023 年 10 月

内容摘要

蓄热技术可解决零碳热能在时间、空间或强度上存在的供给与需求不匹配的问题，是建筑及城市能源系统实现碳中和的关键技术之一。对于我国北方城镇集中供热系统，若能通过跨季节蓄热技术储存全年采集的各类低品位余热，就可以利用这些热源全面满足北方城镇的冬季采暖需求，也能合理利用我国北方城镇地区现有集中供热热网的基础设施优势。但是，跨季节水体蓄热（或称蓄热水库）尚未实现技术突破和大规模应用，主要原因之一是超大规模蓄热水体内部流动和传热过程的基本原理尚不明晰，并且冷热掺混导致的温度品位损失模型也尚未建立，导致了现阶段我国工程研究人员缺乏足够的理论工具以开展超大规模水体蓄热装置的设计工作、也无法准确预测并评价水体蓄热的具体性能。我国亟需开展针对大型跨季节蓄热技术开展流体力学、传热学基础研究，并建立包括跨季节蓄热技术热学性能评价体系。

针对以上研究需求，本研究报告拟从以下五个章节论述跨季节蓄热技术的重点基础理论问题：

第一章介绍了跨季节蓄热的技术概况，列举了主要技术路径和特点，并重点阐述了现有跨季节蓄热工程温度品位损失过大的共性问题，指出热量不可逆传递是导致温度品位损失的关键原因；同时展示了以[火用]效率为代表的现有指标在评价蓄热损失特性方面的局限性，并明确了构建蓄热装置不可逆性评价体系的研究需求。

第二章阐述了本研究构建的蓄热过程不可逆评价体系，首先，基于蓄热原理提出蓄热技术的再分类方法：流体置换式蓄热与换热器式蓄热；对比分析了熵、[火积]及最大做功能力作为评价参数在描述不可逆内部热量传递问题时的相互转换关系与区别，重点强调了[火积]及[火积]耗散参数在分析蓄热不可逆特性的优势。此外，基于蓄热过程为非平衡态、蓄热介质为连续体、并具有动量和热量耦合传递现象等物理特征，提出了描述[火积]参数传递与耗散现象的偏微分方程的不可逆特性分析方法。

第三章提出了以跨季节蓄热介质为对象的[火积]耗散分析方法，首先，基于蓄热介质中的[火积]平衡原则定义了[火积]效率，并根据水体蓄热与地埋管蓄热的热传递原理提出区分理想过程与实际过程的[火积]耗散分析方法；推导了理想

与实际过程下两类蓄热过程中的介质[火积]耗散解析解，并重点结合湍流理论和涡粘度模型提出湍流蓄热介质[火积]耗散的通用表达式；对比分析了水体蓄热与地埋管蓄热的[火积]耗散水平，并指出水体置换蓄热更适宜长周期蓄热的本质原因，也明确了尽量降低冷热掺混强度和相应[火积]耗散水平的工程设计方向。

第四章介绍了蓄热水库的流动传热现象，从以温度分层为核心特点的蓄热水库的基本流动过程和传热过程两方面，概述基本现象和控制方程。第五章则深入分析蓄热水库水体冷热掺混现象的机理，首先分析了冷热掺混对应的传输现象的基本准则，并从三类冷热掺混的基本机理：宏观流动挟掺、剪切不稳定性导致的微观湍流掺混、内波破碎掺混分别开展物理现象和模型描述，通过论述自然分层水体、冷却池等同样展现温度分层特征的水体中的冷热掺混现象，类比分析蓄热水库中可能出现的冷热掺混情况。

最后，第六章总结了本报告的主要研究成果，并通过提出四项研究蓄热水库[火积]耗散的关键问题展望未来研究。

关键词：跨季节蓄热，[火积]耗散，蓄热水库，冷热掺混，传热分析

Abstract

Heat storage technology can address the issue of mismatch between the supply and demand of carbon-free thermal energy in energy systems in terms of time, space, or intensity. It is one of the key technologies for achieving carbon neutrality in building and urban energy systems. For district heating systems in urban regions of northern Chinese, the storage of various low-grade waste heat collected throughout the year using seasonal heat storage technology can fully meet the winter heating needs of northern cities and take advantage of the existing infrastructure of district heating networks. However, seasonal water heat storage (also known as hot water reservoir storage) has not yet achieved a technological breakthrough and large-scale application. One of the main reasons is that the fundamental principles of flow and heat transfer within ultra-large-scale heat storage water bodies are not clear, and a temperature-grade loss model resulting from the mixing of hot and cold fluids has not been established. This has led to a lack of sufficient theoretical tools for Chinese engineering researchers to carry out the design of ultra-large-scale water heat storage devices and accurately predict and evaluate the performance of water heat storage devices.

We are in urgent needs of conducting fundamental research in fluid dynamics and heat transport for large-scale seasonal heat storage technology and establish a thermal performance evaluation framework for seasonal heat storage technology, including water heat storage. To address the research needs mentioned above, this research report intends to discuss the key theoretical aspects of seasonal heat storage technology in the following five chapters:

Chapter One introduces the overview of seasonal heat storage technology, lists the main technological options and their key characteristics, and emphasizes the common problem of excessive temperature-grade loss in existing seasonal heat storage projects. This chapter points out that irreversibility of heat transport is a key reason for temperature-grade loss during heat storage. It also shows the limitations of existing indicators, such as the exergy efficiency, in evaluating temperature-grade loss characteristics. Furthermore, the chapter specifies the research needs for constructing an irreversibility evaluation framework for heat storage devices.

Chapter Two introduces the irreversibility evaluation framework in this report. First, it proposes a reclassification method for heat storage technology based on heat storage principles: fluid displacement-based and heat conduction-based heat storage. Also, the chapter compares and analyzes the interconversion and differences of entropy, entransy, and maximum work potential as evaluation parameters in describing irreversible internal heat transfer issues, with a focus on the advantages of using entransy and its dissipation in

analyzing the irreversibility characteristics of heat storage. Furthermore, considering that heat storage processes are non-equilibrium and heat storage media are continuum, and heat and momentum transport phenomena are coupled, an irreversibility evaluation framework is proposed for describing the heat quantity parameter transfer and dissipation phenomena using partial differential equations.

Chapter Three presents the entransy dissipation analysis framework for seasonal heat storage media in details. First, based on the entransy balance principle in the heat storage media, entransy quantity efficiency is defined, and an evaluation method is designed to differentiate ideal and actual processes' heat quantity dissipation based on the heat transfer principles of water heat storage and ground source heat storage. In the chapter, the analytical solutions are derived for entransy dissipation in two categories of heat storage processes under ideal and actual conditions. In particular, the chapter presents a general expression for entransy dissipation in turbulent stratified flow based on turbulence modelling theory including the eddy viscosity models. The entransy dissipation levels of the two categories of heat storage technologies are compared. And the inherent reasons why fluid displacement heat storage is more suitable for long-term heat storage are provided. The chapter also specifies the engineering design direction of minimizing the intensity of cold and hot fluid mixing and the corresponding entransy dissipation levels.

Chapter Four introduces the flow and heat transfer phenomena of heat storage reservoirs, outlining the basic phenomena and governing equations from the two aspects of basic flow processes and heat transfer processes in heat storage reservoirs characterized by thermal stratification.

Chapter Five analyzes the mechanism of hot and cold fluid mixing in hot water reservoirs. Here, the chapter first analyzes the basic principles of heat and cold fluid mixing corresponding to transport phenomena and, through the discussion of physical phenomena and model descriptions, delves into the three basic mechanisms of macroscopic flow-induced mixing, micro-turbulent mixing caused by shear instability, and internal wave-breaking mixing. Also, the chapter illustrates temperature stratification characteristics in water bodies exhibiting hot and cold fluid mixing and analogously analyzes the possible hot and cold fluid mixing scenarios that may occur in heat storage reservoirs.

Keywords: Seasonal thermal energy storage, entransy dissipation, hot water storage reservoir, mixing phenomena, heat transfer

目 录

图 目 录

表 目 录

1.跨季节蓄热技术概况

1.1 跨季节蓄热与供热碳中和任务

为达成建筑碳中和目标，我国北方城镇采暖需实现低碳转型。到2060年，我国北方城镇供热建筑面积预计将达到200亿平米，年供热量约为50亿GJ (清华大学建筑节能研究中心 2022)。如果北方采暖采用全面电气化的转型路径的话，则需要新增约 8 亿 kW 的风光电装机容量，并且需要对电网和需求侧供热装置进行全面改造，这在经济性上无法成立。另一方面，我国北方地区拥有丰富的余热热源可为建筑供暖，包括核电余热和冶金、有色、化工、建材以及一批轻工产业生产过程排放的低品位余热(王春林, 方豪 et al. 2019)。然而，若仅回收利用冬季的余热资源的话，则仍有约 16 亿 GJ 供热量缺口；但如果能全年地采集和储存各类低品位余热，就可以利用这些热源全面满足北方城镇的冬季采暖需求，也能合理利用我国北方城镇地区现有集中供热热网的基础设施优势。

如图 1-1 所示，低品位余热利用需要利用采集、转换、储存、长途输送这四类技术(吴彦廷 2022)。我国目前已成功研发并开始大规模应用了采集、转换和长途输送三个环节的有效技术，唯独跨季节蓄热技术亟待突破。国务院"2030 年前碳达峰行动方案"中明确指出需"推动低品位余热供暖发展"，《"十四五"新型储能发展实施方案》也指出：到 2025 年，长时间尺度的热储能技术需取得突破。因此，我国亟需开展针对大型跨季节蓄热技术的基础性研究。

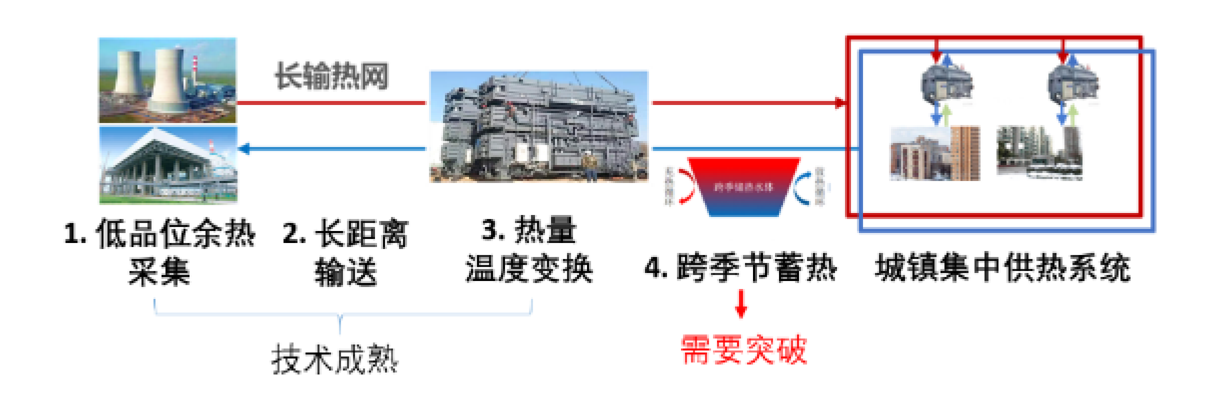


图 1-1 低品位余热供暖系统

1.2 蓄热技术分类与特点

目前有实际工程应用的跨季节蓄热技术有四种，按照储热原理可分为三类：

(1) 水坑蓄热（Pit thermal energy storage, PTES）和罐式蓄热（Tank thermal energy storage, TTES）

水坑蓄热和罐式蓄热技术的储热介质与换热流体都为水且储热原理相似。在储热阶段，利用冷热分层原理从蓄热体上部注入热水，并把原本储存在蓄热体的冷水置换出来，通过热水对冷水的替代实现储热；取热过程则利用冷水替代热水。这两种技术的储热/取热过程主要为置换过程而非换热过程。

(2) 地埋管蓄热（Borehole thermal energy storage, BTES）

地埋管蓄热的主要储热介质为地下岩土体，换热流体为防冻液或水。在储热阶段，使用垂直或水平的地埋管作为换热器，通过地埋管中流动的高温换热流体将热量传递并储存至地埋管外的岩土体中，并在取热阶段通过低温传热流体与加热后的岩土体换热回收热量。储热/取热过程为换热过程。

(3) 含水层蓄热（Aquifer thermal energy storage, ATES）

蓄水层是指饱含地下水的渗透岩，蓄水层内部的水可自由排出。蓄水层蓄热技术在储热阶段将热水通过水井灌入蓄水层，并在取热阶段通过抽水回收储存的热量，因此储热/取热原理包含两个方面：其一为热水的储存和置换过程（类似水坑蓄热）；其二为冷热水与地下岩层的换热过程（类似地埋管蓄热）。

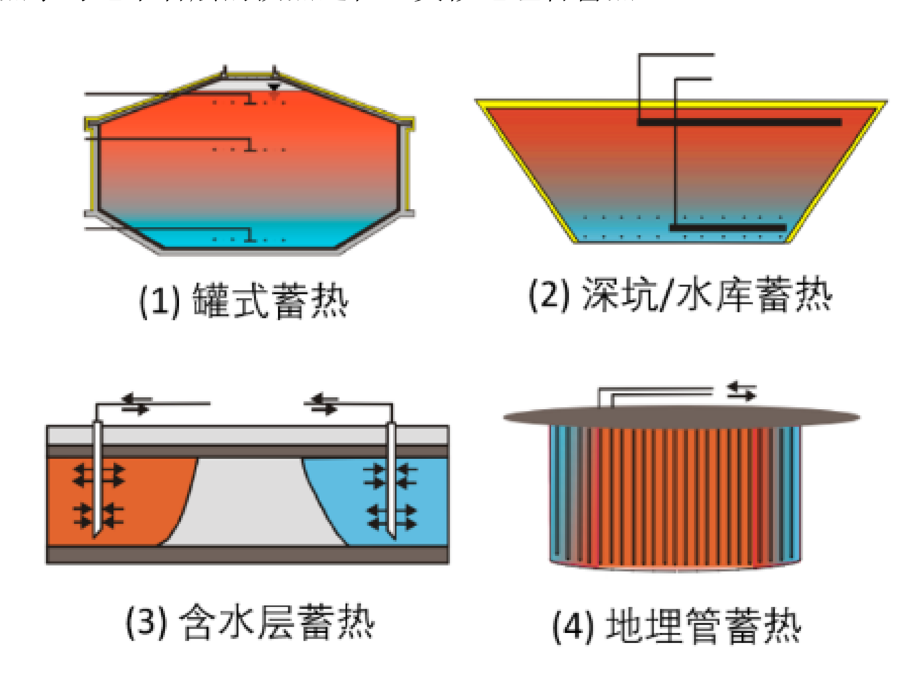


图 1-2 跨季节蓄热技术分类

瑞典、丹麦、德国、荷兰是最早开展跨季节蓄热技术研究和应用的欧洲国家，并且每个国家都发展了各自独特的技术路径，如图 1-3 所示。例如，丹麦已经建造了近十个大型水坑蓄热系统（PTES），每个系统为一个市政供热系统，最大的一个位于 Vojens 镇，总热水储存量约为 20 万立方米。在瑞典，钻孔地埋管蓄热系统（BTES）更为常见，世界上最大的一个系统位于 Emmaboda，储存容量为 20 万立方米。德国建造了许多太阳能社区（如 Chemnitz 和 Eggenstein），其中 PTES 和储罐蓄热系统（TTES）装置被纳入集中供热系统中，储存容量在几百至一万立方米之间。在德国还有一些高温含水层蓄热系统（ATES）项目，例如 Neubrandenburg，其中通过 1200 米深的井注入和回收热能。荷兰主要发展低温含水层蓄热技术（5～30℃），因为当地环境法规限制了土壤的最高注水温度，所以荷兰的含水层蓄热技术较少应用于集中供热系统直接供热，仅有几个特殊的示范项目采用了高达 70～90℃的注水温度。

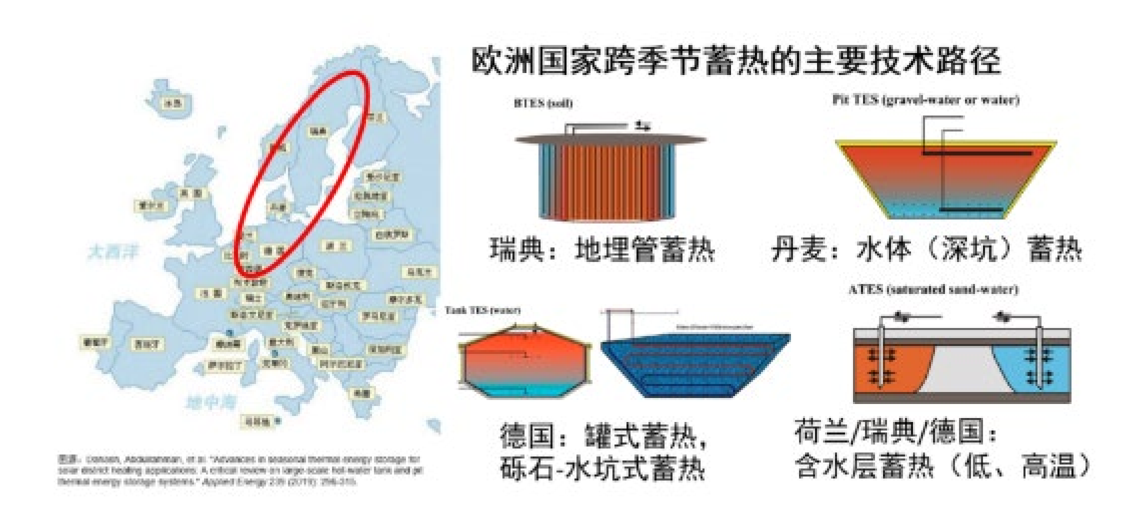


图 1-3 欧洲跨季节蓄热技术路径

相比于欧洲，我国北方城镇人口密度更高、集中供热系统分布更广泛，我国北方城镇集中供热率约为 85%，高于北欧国家的平均水平（50%～63%）。因此，为适应我国集中供热国情，我国需建设规模远大于欧洲现有规模的跨季节蓄热装置。清华大学建筑学院杨旭东教授团队在内蒙古赤峰市建成并运行世界上最大的 BTES 系统，储存容量达到 50 万立方米，而在储存容量在 1000 至几万立方米之间的 PTES 装置也有数个。根据热负荷估算，满足 20 万人北方城镇冬季供暖需求的跨季节蓄热水体体积即需达到千万立方米以上。因此，相较于欧洲国家现有的蓄热技术，我国拟建设的跨季节蓄热装置技术难度更大，对于蓄热技术的基础研究需求更加迫切。

然而，许多跨季节蓄热系统的共性问题是，放热过程中通常需要配合热泵等辅助加热设备运行，才能解决为取热温度品位不足导致的无法向末端设备供热的问题。对于 BTES 系统，Emmaboda 系统只能将其储存的热量的 10～15%直接输出到热水散热器供暖系统，直到在 2018 年安装了电热泵助推装置。之后，30～40℃的放热

温度被引导至热泵蒸发器并提升至 55℃，可用于供暖的放热量总量增加了 3.5 倍 (Olof Andersson 2021)。清华大学提出了使用吸收式热泵系统耦合 BTES 装置提高放热过程输出温度的解决方法，驱动热源为高温蒸汽(Guo, Zhu et al. 2022)。

对于 PTES 系统，例如 Dronninglund (Sifnaios, Gauthier et al. 2023) 和 Gram (Winterscheid and Schmidt 2019)系统的监测数据显示，在冬季取热过程的大部分阶段，都需要通过电动热泵进一步抬升蓄热系统取热时的输出温度。此外，还有一些跨季节蓄热系统直接在供热管路上设置锅炉：例如 Drake Landing 太阳能社区的 BTES 系统(Mesquita, McClenahan et al. 2017)和 Neubrandenburg 的 ATES 系统(Kabus, Wolfgramm et al. 2021)。

造成跨季节蓄热系统取热过程温度品位不足的原因之一是蓄热装置到环境的热损失，而另一个重要但经常被忽视的原因则是由于不可逆热量传递过程导致的温度品位损失，这两个原因共同导致了实际工程中取热温度低、品位损失大的问题。图 1-4 展示了五类跨季节蓄热系统温度品位提升系统的示意图，在这些供热系统中，不论采用热泵还是锅炉都是为了提升取热温度品位，以满足供热温度需求。蓄热不可逆损失越大的情况下，需要额外投入的电力或燃料一般就越大。

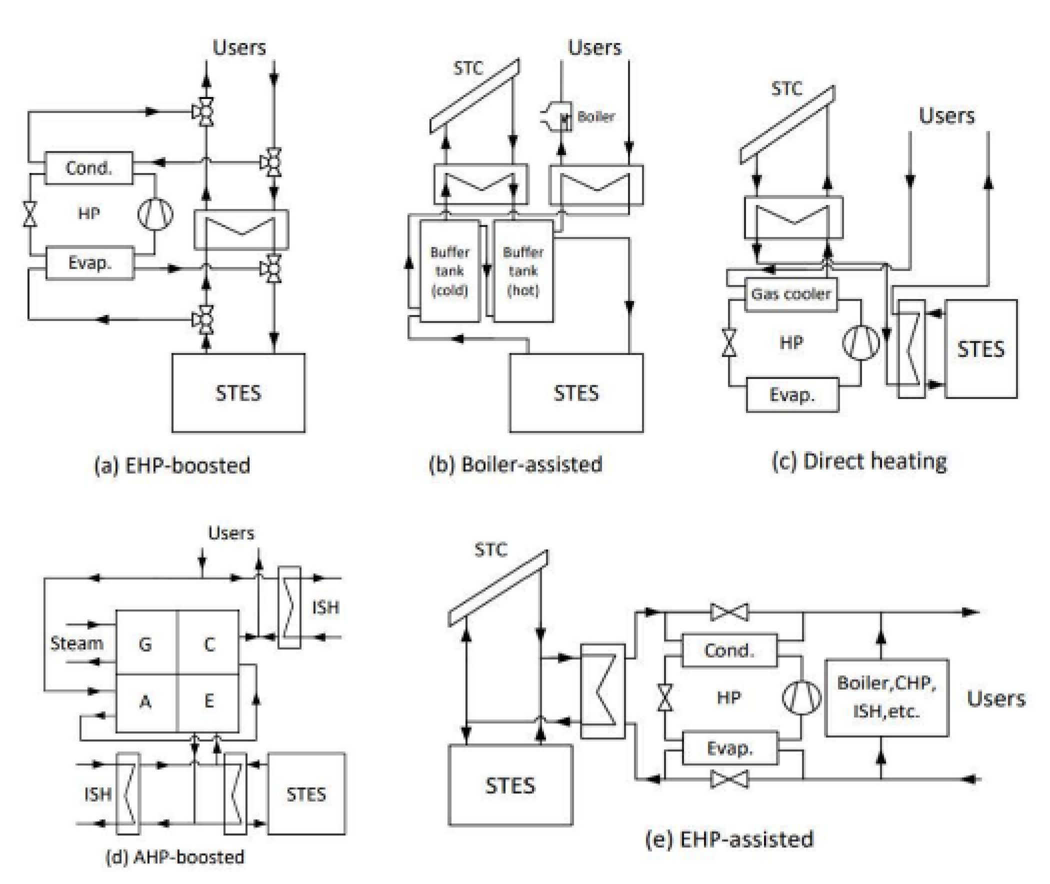


*图 1-4 跨季节蓄热系统取热过程温度品位提升系统示意图.缩写：**Abbreviations: STC—Solar thermal collectors, EHP—Electric heat pump, AHP—Absorption heat pump, ISH—Industrial surplus heat, CHP—Combined heat and power.***

1.3 现有蓄热评价指标与研究需求

现有科学文献和工程报告中，评价蓄热性能的指标主要分为热学性能和技术经济性两类指标。热学性能指标主要包括热效率和[火用]效率，前者的理论基础是热力学第一定律，主要反映热损失占蓄热量的比例；后者的理论基础是热力学第二定律，反映的是不可逆热量传递过程导致的蓄热能量品质（温度品位）的损失程度；技术经济性指标包括单位蓄热量初投资成本（capital investment per storage capacity）、单位蓄热体积初装备投资成本（capital investment per storage volume）、单位储放热功率初投资成本（capital investment per storage power）等。

现有研究主要围绕热效率和经济性指标分析跨季节蓄热装置的性能，考虑的技术发展方向可归纳为：（1）减少蓄热过程的热量损失、提高热效率，这可以通过提高蓄热体积、扩大蓄热规模、提高蓄热保温效果实现；（2）降低蓄热装置成本，提高经济性，使跨季节蓄热技术得到大规模应用。图 1-5 所示为现有跨季节蓄热技术的工作温度区间和初投资水平。

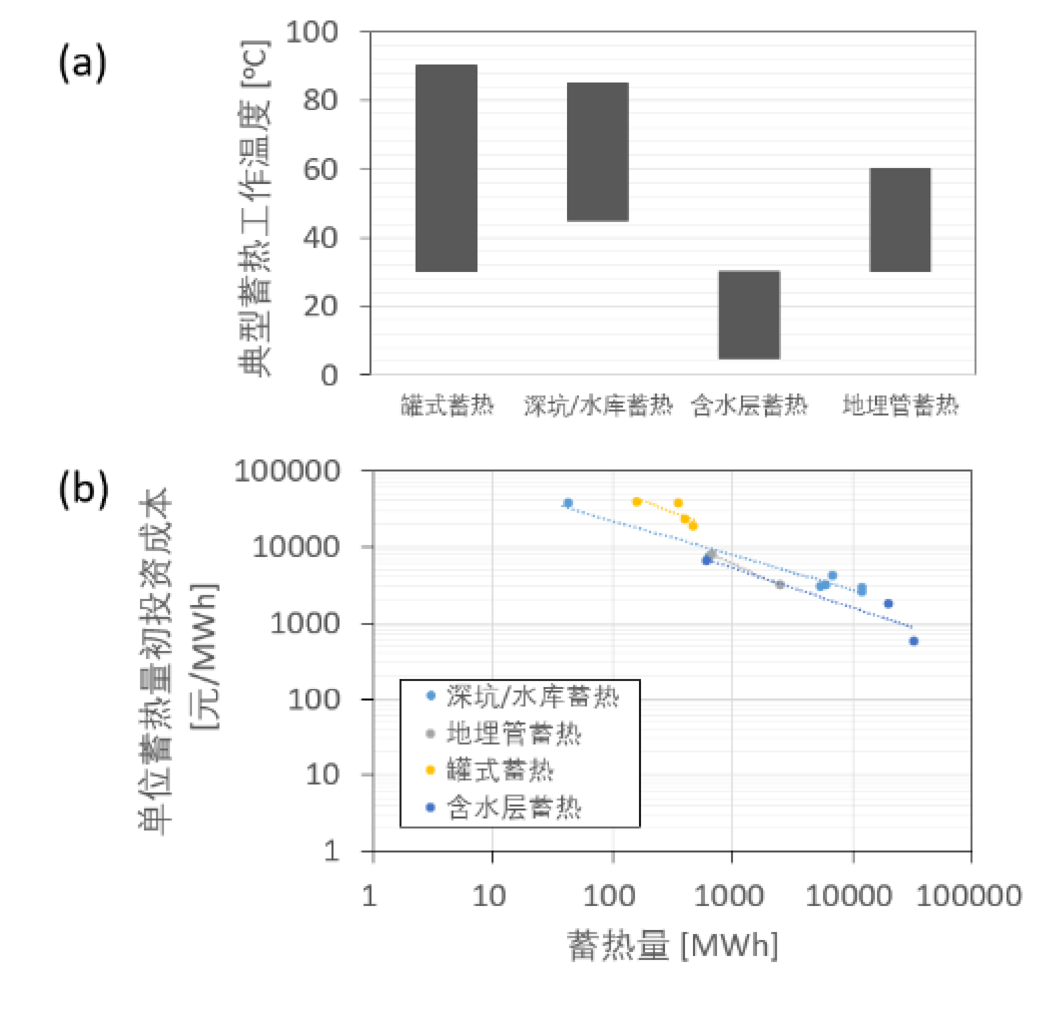


图 1-5 现有跨季节蓄热技术的典型蓄热工作温度和单位蓄热量初投资成本

还有一个关键的蓄热技术发展方向是通过合理的蓄热装置设计以及运行策略减少蓄热过程的温度品位损失。一些现有的研究采用[火用]效率，评价蓄热装置工作过程中，可从储存的热量里获得的最大有用功的损失程度。Dincer 和 Rosen(Dincer and Rosen 2021)在蓄热工程经典教材的算例中说明了[火用]效率评价指标的重要性：有两个热效率相等的蓄热循环，两个循环的蓄热过程相同，换热流体的进口温度皆为 85℃，出口温度皆为 25℃；然而在取热过程中，第一个循环换热流体的流量为第二个循环的五倍，导致第一个循环的输出温度仅为 35℃（[火用]效率为 27%），而第二个循环的输出温度为 75℃（[火用]效率为 73%），两个取热过程的参考状态皆为20℃，换热流体的进口温度皆为25℃。使用[火用]效率评价蓄热过程热量传递不可逆程度时，可明显得出第一个取热过程不可逆程度更高、温度品位损失更大的结论。基于热力学第二定律，采用[火用]效率比较不同跨季节蓄热技术温度品位损失的程度具有一定的合理性。

然而，[火用]效率的计算值会受参考点选取的影响。图 1-6 展示了[火用]效率随温度品位损失（dT）、参考点温度（T_0）和蓄热工作温度区间（δ_T）变化的计算结果，参考点温度选取了三个典型值：0℃（约等于冬季环境空气温度）、10℃（约等于年平均地温）、20℃（约等于蓄热进口温度）。可看出，当蓄热工作温度区间（δ_T）较小时，不同参考点下的[火用]效率存在显著差异；例如，当$\delta_T = 25$ K时，若某一蓄热过程的温度品位损失$dT = 15\ K$且$T_0 = 0$℃的情况下，其[火用]效率比$dT = 5\ K$且$T_0 = 20$℃的情况还高。并且，当参考点温度不同时，[火用]效率无法直接反映同蓄热技术温度品位损失的高低。

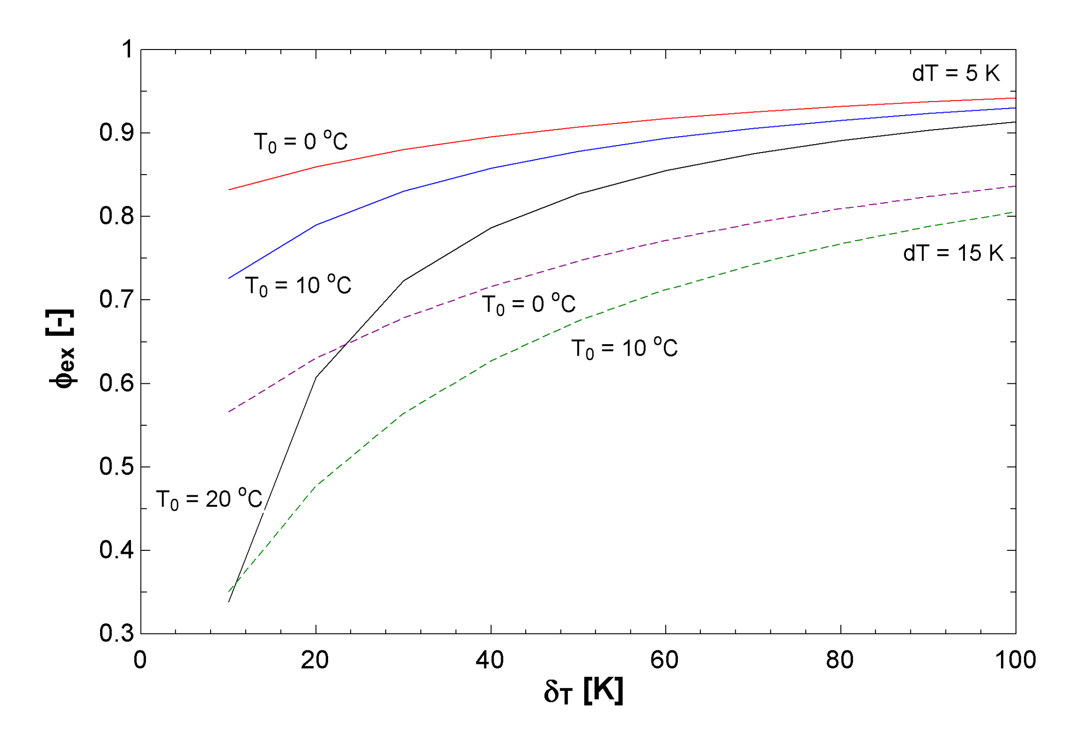


图 1-6 对于温度品位损失 dT 为 5 K 和 15 K 两种情况的[火用]效率对比；参考点温度T_0为0℃、10℃、20℃，蓄热工作温度区间δ_T为10~100 K。

现有文献中虽然呈现了不同跨季节蓄热技术的[火用]效率，但都仅针对单一技术展开分析，仍缺乏以[火用]效率横向对比不同蓄热技术的研究结果，并且[火用]效率的计算结果受参考点选取的影响较大。例如，对于地埋管蓄热系统，文献中一般选择年平均土壤温度(Esen, Inalli et al. 2007)或环境空气温度(Ozgener and Hepbasli 2007)作为参考点温度，而对于罐式蓄热装置则换热流体进口温度(Shah and Furbo 2003, Haller, Cruickshank et al. 2009, Mawire, McPherson et al. 2009)或环境空气温度(Lake and Rezaie 2018)。此外，由于蓄热介质不同，地埋管蓄热和含水层蓄热的运行温度范围一般比 TTES 和 PTES 较小，这可能进一步增加了比较的复杂性。

综上所述，我们需要建立一个不同于[火用]参数的不可逆评价参数，该参数需能准确地反映蓄热过程温度品位损失的特征，并且可通用地比较蓄热工作温度区间、温度品位损失程度皆存在明显区别的几类跨季节蓄热技术。[火积]参数是一种描述物体热量传递能力的物理量，由清华大学过增元院士等提出(过增元, 梁新刚 et al. 2006)，温度品位损失的不可逆程度也可用[火积]耗散描述，但针对蓄热装置的[火积]耗散评价体系尚未建立。如图 1-7 所示，热量首先在储热过程中从热源处传递至蓄热体、接着在取热过程中从蓄热体传递至热汇处，这两个过程伴随的温度品位损失程度既可用[火积]耗散描述（上图），也可表示为将传递热量从已累积多阶段的温度品位损失的热汇处重置回热源处的温度品位所需要的热泵输入功，也可理解为有用功（火用）的损失。

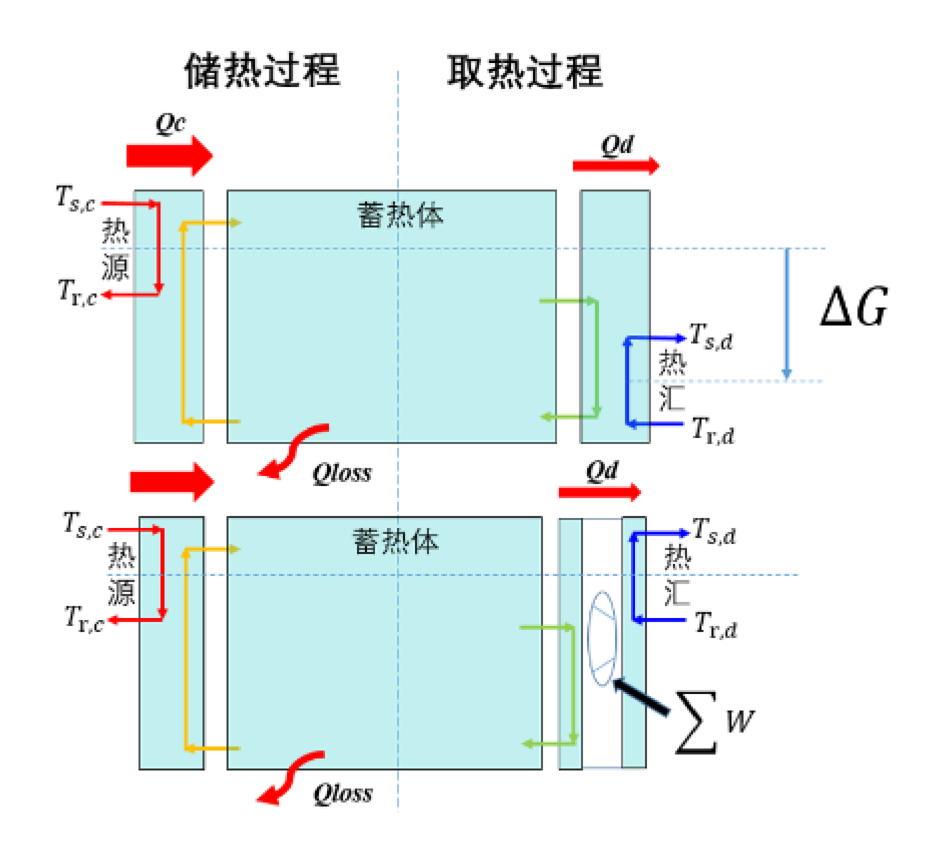


图 1-7 火积耗散与温度提升热泵输入功的对应关系

也可以假设有一理想热机或理想热泵，见图 1-8 理想热机可通过冷热分明的温度分布做功，当穷尽所有可用功时，温度分布则变为均一的状态；反之，也可使用一理想热泵，通过输入功的方式，将温度均一的分布状态重置回冷热分明的状态。

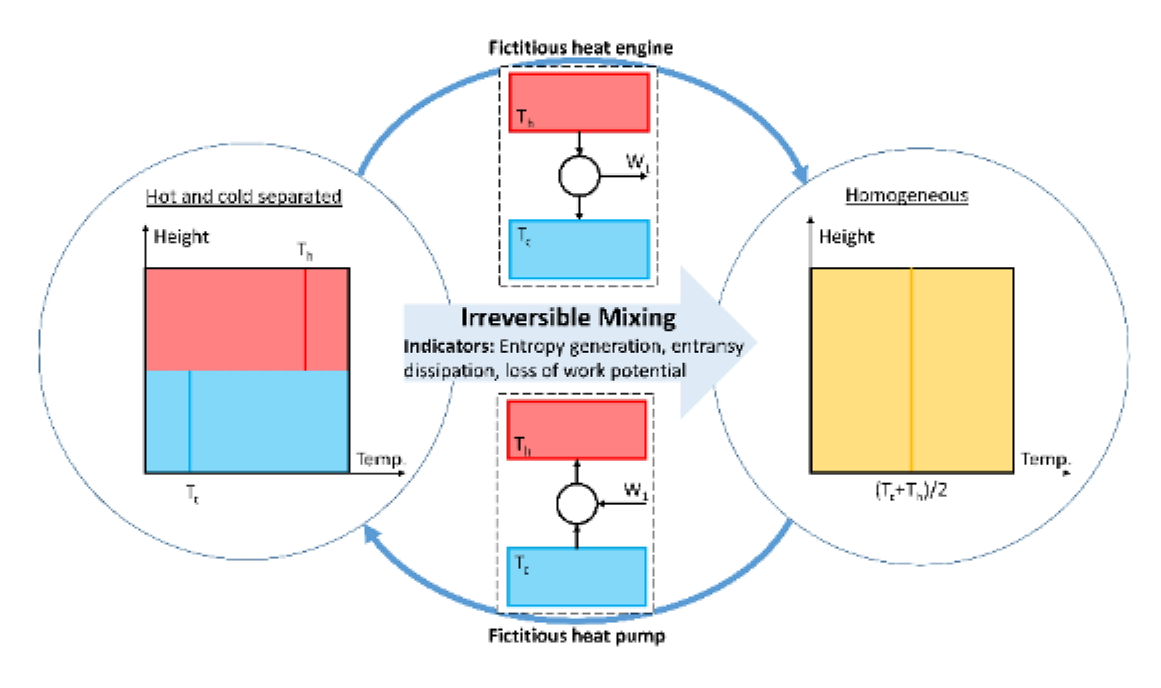


图 1-8 温度分布与理想热机（热泵）的输出功（投入功）

那么，我们应该建立怎样的蓄热过程不可逆评价体系作为对比分析不同跨季节蓄热技术路径的理论工具？目前应用最广的跨季节水体蓄热技术和地埋管蓄热技术在蓄热原理和储、放热效果上有何本质上的区别？我们应该根据蓄热装置热量传递过程的哪些关键特点选取不可逆评价参数、并设计评价方法？本报告将围绕以上核心问题对蓄热装置不可逆性评价方法展开研究，并针对跨季节蓄热水库技术分析实际工程中可能出现的不可逆热量传递现象。

2. 蓄热过程的不可逆评价体系

2.1　基于不可逆特性的蓄热原理再分类

热力学第二定律是表述热力学过程不可逆性的基本定律。克劳修斯的表述为："热量总是自发地从高温热源流向低温热源"，但是"不可能把热量从低温物体传递到高温物体而不产生其他影响"。蓄热过程是热量传递和积累的动态过程，在显热式蓄热换热器中，热量主要通过对流及热传导的传热机理从高温的换热流体（heat transfer fluid）向低温的、待加热的蓄热介质（heat storage media）传递，这一过程必然是不可逆的。蓄热水罐是另一类常见的显热式蓄热装置，其蓄热原理与蓄热换热器不同，主要依靠冷、热水之间的相互置换实现储热、取热功能。蓄热水罐有斜温层式、双罐式、多罐式等不同种类，这几类蓄热设备并不存在换热流体和蓄热介质的区别，也可以说水既是换热流体，也是蓄热介质。实际上，也可以将蓄热水罐视作承载热量的热水的储存器，而非热水与某蓄热介质的换热器，这类热量传递过程的不可逆性主要来源于蓄热介质内部的热扩散，由分子热运动和湍流运动导致。图 2-1 表示了两类蓄热装置在蓄热原理上的差别：流体置换式蓄热装置的储热过程即是将高温流体储热介质"存放"于蓄热装置中的过程，当储热过程结束时，蓄热装置就"装满了"高温介质；在取热过程中，重新获取热量的方式是将上一阶段存放的高温介质"取出"的过程。换热器式蓄热装置的原理则是通过换热流体与蓄热装置中的介质进行换热实现储热、取热。

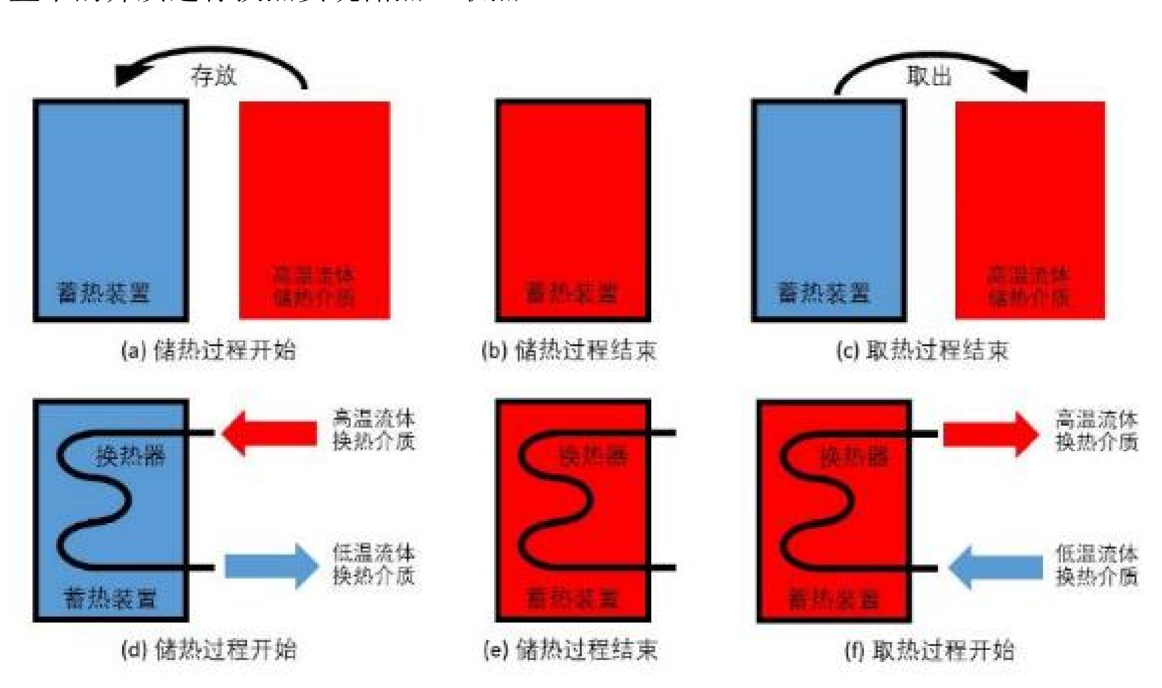


图 2-1 蓄热原理分类：流体置换式蓄热（a-c）与换热器式蓄热（d-f）

流体置换式蓄热过程的不可逆来源于内部热量传递与温度分布的改变。如图 2-2 所示，在具备相同储热量的与热源/热汇温度（T_h/T_c）的情况下，不同的蓄热介质温度分布将展现出不同的不可逆程度，并可反映在“温差蕴含的最大做功能力”这一参数上。假设流体置换蓄热体内可出现冷热分明的理想温度分布情况（图 2-2a），则利用该温差可实现的最大做功能力为W_1；对比图 2-2b 中的线性温度分布情况，可假设有一系列理想热机利用靠近中线处的较小温差，以及顶部与底部之间的较大温差来输出功，那么这一系列热机的总输出功$\sum W_2$一定小于W_1。图 2-2b 中的温度分布也可视作图 2-2a 的温度分布经历了热量由上方的 T_h 处向下方的 T_c 处传递的结果。图 2-2c 中，蓄热介质处于温度均匀分布的情况，因此不具备向外做功的能力（$W_3=0$）。

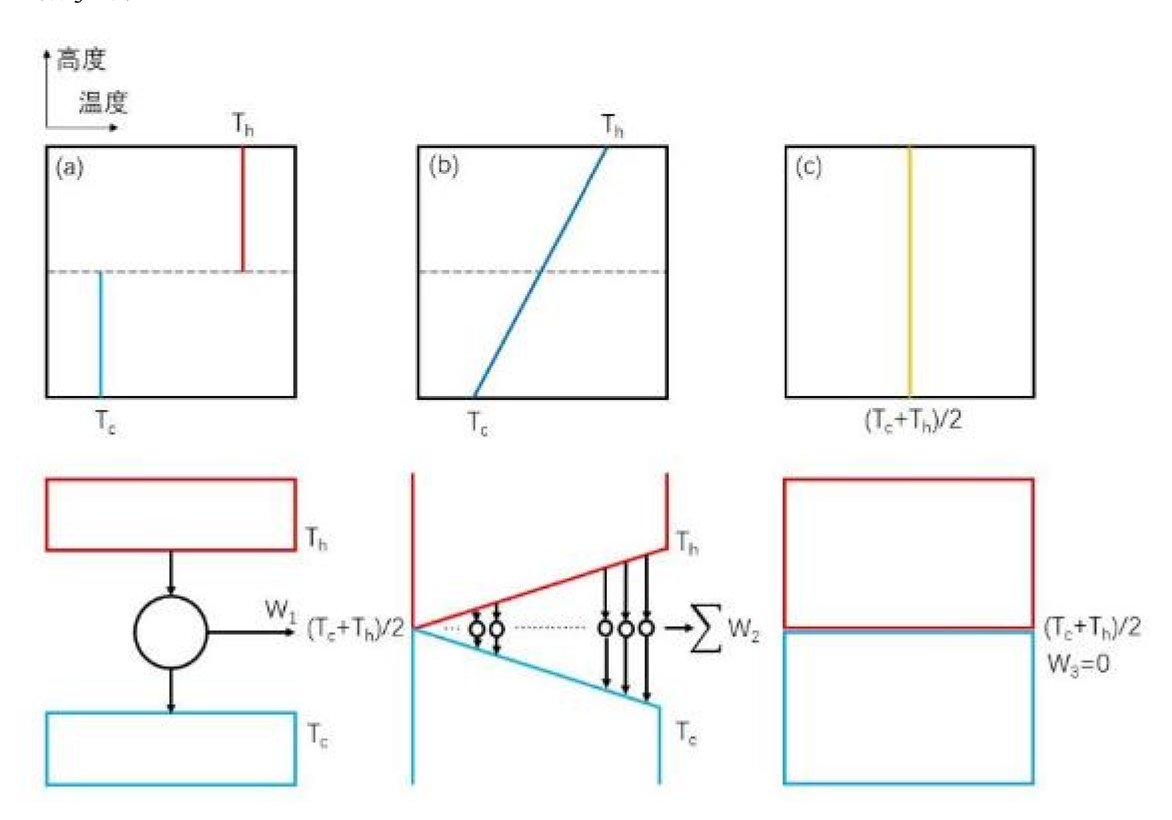


图 2-2 温度分层蓄热体可能出现的三类理想温度分布下的热机模型

综上所述，图 2-2 中的三种温度分布情况具有相同的蓄热量，但蓄热量蕴含的做功能力却不同，当热量从蓄热体内的热部向冷部传递得越多时，系统的不可逆程度越大，那么可输出功的能力就越小。通过宏观流动实现的蓄热流体置换过程本身可视作可逆过程，因为高温流体储热介质的“存放”与“取出”的行为不会直接导致热力学状态的变化；然而，斜温层式的置换过程一定伴随高温介质与低温介质的接触，这就会导致不可逆的热量内部扩散。

换热器式蓄热过程的不可逆则来源于传热过程。由于换热器和蓄热介质内部存在热阻，那么热量从高温换热流体处“克服”换热器的热阻后传递至蓄热介质、并在蓄热介质内部继续“克服”热阻而扩散的过程，即是不可逆的过程。显然，这一“克

服”热阻过程实现热量传递的反向过程无法自发地进行。若仅关注蓄热介质内部的热扩散过程，可假设有一理想蓄热过程由第一类边界条件下的一维热传导过程实现，图 2-3 展示了某 20℃蓄热介质逐步从 90℃热源取热的过程；可直观地看出，在蓄热介质中通过不可逆扩散过程而分布开来的热量一定低于促发该热量扩散过程的边界温度。在换热器式蓄热装置中储蓄的“每一份热量”都需要经过上述的不可逆传递过程，这与理想情况下基本“可逆”的置换式蓄热装置的存在本质差异。

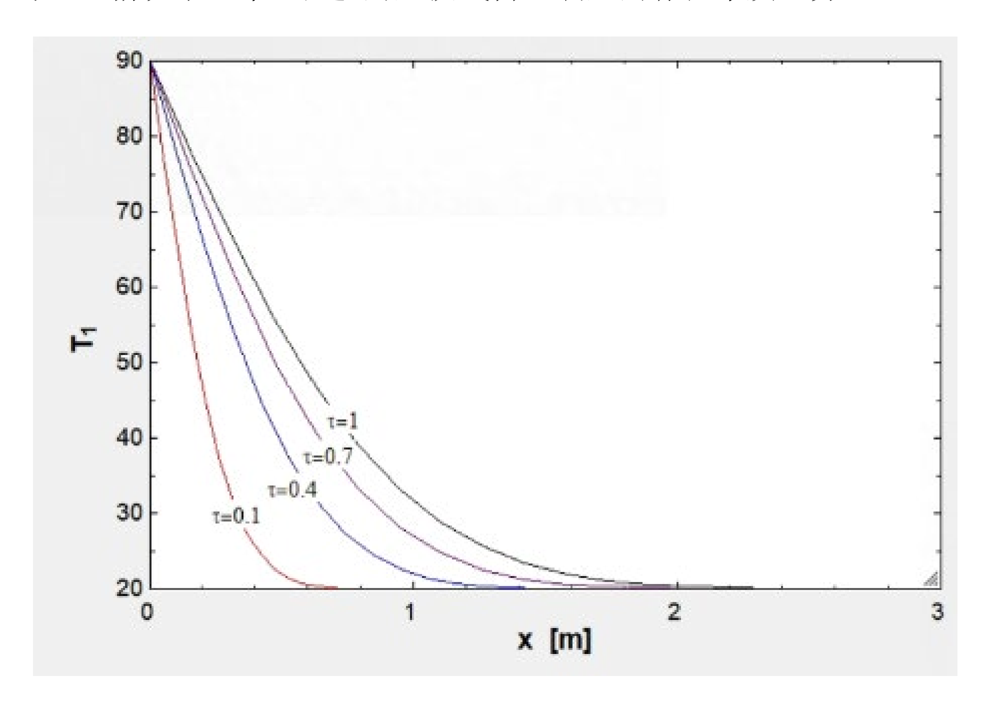


图 2-3 第一类边界条件下一维导热问题的温度分布示意

两类蓄热装置的不可逆特性不同，因此需要采用不同的评价方法。对于流体置换式蓄热，应重点关注冷热流体交界处的内部热量传递问题，评价参数应主要取决于温度分布的变化情况，并评估不可逆的热量传递相对于可逆的流体置换所产的蓄热效果的影响程度。对于换热器式蓄热，评价参数应主要由换热过程的等效热阻决定，并评估热源向蓄热介质传递热量和热量在蓄热介质中扩散的难易程度。两类蓄热装置的设计原则也不同：置换式需要尽可能减少冷热流体间的热传递速率，而换热式则需要加强换热性能、提高传热速率。

2.2 不可逆评价参数：火积、熵、有用功

在传统的热力学体系中，度量系统不可逆程度的基本物理参数是熵增（ΔS）。换热器式蓄热装置不可视作绝热系统，系统的熵增一部分来自伴随边界外输入的热流而发生的熵流，另一部分为热量不可逆过程导致的熵产，即有：

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} \tag{2-1}$$

对于基于斜温层的流体置换式蓄热设备来说，可将发生热量内部传递的流体区域（即斜温层内部）视为绝热系统，那么，此绝热系统在两个平衡状态之间发生内部的热量传递时，系统的熵产（S_{gen}）为 0，当此系统在两个非平衡态之间发生传热时则会导致熵产，因此有：

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} + S_{gen} = S_{gen} \tag{2-2}$$

为了描述基于热传导的热量传递过程的不可逆性，过增元院士及其研究团队提出了“[火积]”这一新的物理量(过增元, 梁新刚 et al. 2006)。[火积]具有“热势能”的性质，表示物质传递热量的总能力。对于热物性参数为常数的固体导热介质，[火积]的定义式为：

$$G = \frac{1}{2}QT = \frac{1}{2}\rho V c T^2 \tag{2-3}$$

式中，Q为物体的内能，ρ、V、c分别为物体的密度、体积、比热容；单位体积的[火积]可表示为：

$$g = \frac{1}{2}qT = \frac{1}{2}\rho c T^2 \tag{2-4}$$

若假设密度与比热容不随温度变化而变化，则单位体积[火积]的变化率则可表示为：

$$\frac{dg}{dt} = \frac{d\frac{1}{2}\rho c T^2}{dt} = \rho c T\frac{dT}{dt} \tag{2-5}$$

根据导热方程，又有：

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \boldsymbol{q} \tag{2-6}$$

因此可将单位体积[火积]的变化率表示为：

$$\rho c T\frac{\partial T}{\partial t} = -(T\nabla \cdot \boldsymbol{q}) = -[\nabla \cdot (\boldsymbol{q}T) - \boldsymbol{q}\nabla T] = -\nabla \cdot (\boldsymbol{q}T) + \boldsymbol{q} \cdot \nabla T \tag{2-7}$$

上式最后一项为热传导热流与温度梯度的乘积，且温度梯度为热流的驱动力，流和相应驱动力的乘积的物理意义为局部不可逆性的产生率。在表示[火积]平衡的上式中，$q \cdot \nabla T$项可定义为[火积]耗散率，代表了导热过程中因材料热阻导致的[火积]参数的不可逆损失。

若将流体置换式蓄热装置发生内部热量传递的区域（即斜温层）视作一个孤立的热力系统，则只有当该系统从平衡初态到平衡终态发生可逆的转换过程，也是不可逆熵产为零的过程，才可以从系统取得最大输出功。基于温度分布变化的最大输

出功W可表示为：

$$W = \iiint_V c\rho T(x,y,z)dv - \iiint_V c\rho \tilde{T} dv \quad \textbf{(2-8)}$$

其中，$T(x,y,z)$为内部热量传递区域的温度场，上式等号右边的第一个积分项则表示蓄热体的总内能；$\tilde{T}$表示平衡终态温度，第二个积分项则表示该蓄热区域经过一个穷尽做功能力的理想做功过程后，最终剩余的总内能。因此，最大做功能力同样可反映蓄热体的不可逆程度。

综上所述，对于总蓄热量相同，但温度分布不同的蓄热系统，可采用熵产、[火积]耗散、最大做功能力损失三个参数评价可逆性。那么，这三个参数的相关性是什么？哪一个参数更适合作为蓄热不可逆程度的评价指标？

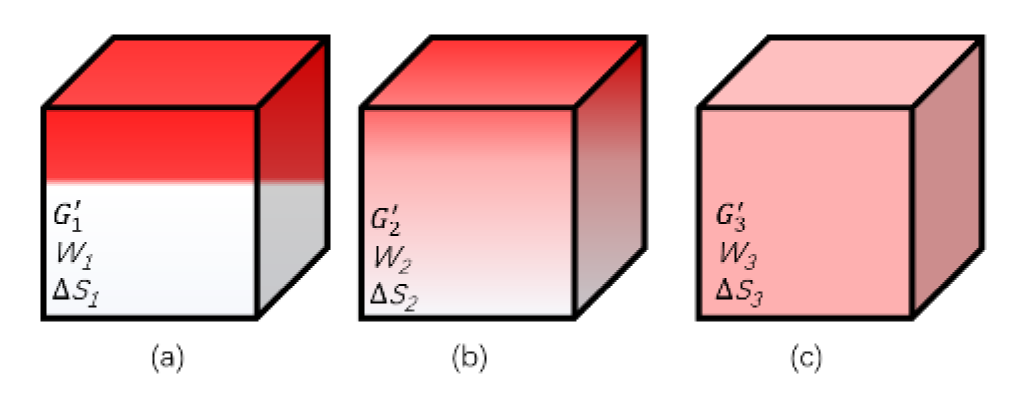


图 2-4 蓄热体三种温度分布情况示意图

例如，我们可假设体积为 V、总质量为 M 的蓄热体的三种温度分布情况：（a）冷部与热部分明；（b）温度呈线性分布；（c）温度均匀分布，如图 2-4 所示。基于此，可将蓄热体的平均温度$\bar{T}$如下式表示，并且有$\bar{T}_1 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3$。

$$\bar{T} = \frac{1}{M}\iiint_V \rho T(x,y,z)dv \quad \textbf{(2-9)}$$

蓄热体各处的温度与平均温度之差可表示为：

$$T'(x,y,z) = T(x,y,z) - \bar{T} \quad \textbf{(2-10)}$$

基于内部温差，可定义一个衡量蓄热体温度异质程度的物理参数G'(Oboukhov 1949)：

$$G' = \frac{c}{2}\iiint_V \rho (T')^2 dv \quad \textbf{(2-11)}$$

G'与式(2-3)中给出的[火积]G的形式是一致的，区别仅在于G'采用的是蓄热体温度分布于平均温度之差的平方，当蓄热体内温度均一时，$G' = 0$；而[火积]耗散 G 采用的是蓄热体温度与绝对零度的平方。两者采用的温度基准值不同，下文将以

"差值[火积]"表示G'。单位质量的差值[火积]g'则可表示为：

$$g' = \frac{G'}{M} = \frac{c}{2M}\iiint_V \rho(T')^2 dv \tag{2-12}$$

蓄热量所蕴涵的最大做功能力也可表示为：

$$W = \iiint_V c\rho T(x,y,z)dv - \iiint_V c\rho\tilde{T}dv = cM(\bar{T} - \tilde{T}) \tag{2-13}$$

熵是状态函数，由于始态和终态的熵相等，因此可基于下式计算平衡终态温度$\tilde{T}$：

$$S = \iiint_V c\rho lnT(x,y,z)dv = \iiint_V c\rho ln\tilde{T}dv \tag{2-14}$$

可得，

$$ln\tilde{T} = \frac{1}{M}\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv \tag{2-15}$$

由于$\iiint_V lnTdv = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} lnT_i = ln(T_1 \cdot T_2 \cdots T_n)^{\frac{1}{n}}$，因此可以将$\tilde{T}$理解为蓄热体的几何平均温度。进一步化简最大做功能力 W：

$$\begin{aligned} W &= cM(\bar{T} - \tilde{T}) = cM\bar{T}\left(1 - \frac{\tilde{T}}{\bar{T}}\right) = cM\bar{T}\left(1 - \frac{e^{ln\tilde{T}}}{\bar{T}}\right) \\ &= cM\bar{T}\left(1 - \frac{e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv}}{\bar{T}}\right) \end{aligned} \tag{2-16}$$

上式中被积分的温度对数函数可变换为：

$$\begin{aligned} lnT(x,y,z) &= \rho\ln\left[\bar{T}\cdot\frac{T(x,y,z)}{\bar{T}}\right] = \rho\ln\left[\bar{T}\cdot\frac{T' + \bar{T}}{\bar{T}}\right] \\ &= \ln\bar{T} + \ln\left(1 + \frac{T'}{\bar{T}}\right) \end{aligned} \tag{2-17}$$

根据泰勒级数展开：

$$\begin{aligned} \ln(1+x) &= \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}x^n \\ &= x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}x^n + \cdots \\ &\forall x \in (-1,1] \end{aligned} \tag{2-18}$$

考虑到T'相对于$\bar{T}$比较小，因此可忽略$(\frac{T'}{\bar{T}})^3$ 及以上级数，则有：

$$\begin{aligned} e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv} &= e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho \ln \bar{T} dv + \frac{1}{M}\iiint_V \rho \ln\left(1+\frac{T'}{\bar{T}}\right)dv} \\ &= \bar{T}\cdot e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho \ln\left(1+\frac{T'}{\bar{T}}\right)dv} \\ &= \bar{T}\cdot e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho\left[\frac{T'(x,y,z)}{\bar{T}} - \frac{\left(\frac{T'(x,y,z)^2}{\bar{T}^2}\right)}{2}\right]dv} \end{aligned} \tag{2-19}$$

对于孤立的蓄热系统，内部的温度与平均温度之差满足以下条件：

$$\iiint_V \rho T'(x,y,z)dv = 0 \tag{2-20}$$

并且，根据e^x的泰勒级数展开公式：$e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \forall x$，可对指数函数项进一步化简。考虑到$T'$相对于$\bar{T}$比较小，因此可忽略$(\frac{T'}{\bar{T}})^3$ 及以上级数。因此，式(2-20)可进一步化简为：

$$\begin{aligned} \frac{e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv}}{\bar{T}} &\approx e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho\left[\frac{T'(x,y,z)}{\bar{T}} - \frac{\left(\frac{T'(x,y,z)^2}{\bar{T}^2}\right)}{2}\right]dv} = e^{\frac{1}{M}\iiint_V \rho\left[-\frac{\left(\frac{T'(x,y,z)^2}{\bar{T}^2}\right)}{2}\right]dv} \\ &\approx [1 + \frac{1}{M}\iiint_V \rho \frac{-\left(\frac{T'(x,y,z)^2}{\bar{T}^2}\right)}{2}dv] = 1 - \frac{1}{M}\frac{\iiint_V \rho (T')^2 dv}{2\bar{T}^2} \end{aligned} \tag{2-21}$$

那么，最大做功能力 W 也可进一步化简为：

$$W = cM\bar{T}\left(1 - e^{\frac{1}{M}\iiint_V \frac{\rho lnT(x,y,z)}{\bar{T}}dv}\right) = \frac{c}{\bar{T}}\cdot\frac{\iiint_V \rho (T')^2 dv}{2} = \frac{1}{\bar{T}}G' \tag{2-22}$$

由上式可看出，最大做功能力W可由差值[火积]表示，两者的转换系数为$\frac{1}{\bar{T}}$。另一方面，我们也可将图 2-4（c）所示的温度均一状态（内部温度均为$\bar{T}$）视为冷热分明的某状态经过一定时间的不可逆内部热量扩散之后，形成的温度分布情况。那么，该过不可逆热扩散过程一定伴随熵产，熵产的总量可由$\bar{T}$和$T(x,y,z)$之差表示：

$$\begin{aligned} \Delta S &= cMln\bar{T} - c\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv \\ &= c\iiint_V \rho ln\bar{T}dv - c\iiint_V \rho lnT(x,y,z)dv \\ &= -c\iiint_V \rho ln\frac{T(x,y,z)}{\bar{T}}dv = -c\iiint_V \rho ln\,(1 + \frac{T'}{\bar{T}})dv \end{aligned} \tag{2-23}$$

忽略$(\frac{T'}{\overline{T}})^3$及以上级数的情况下，则有：

$$\Delta S \approx -c\iiint_V \rho\left[\frac{T'(x,y,z)}{\overline{T}}-\frac{\left(\frac{T'(x,y,z)^2}{\overline{T}^2}\right)}{2}\right]dv=\frac{1}{\overline{T}^2}\cdot\frac{c}{2}\iiint_V \rho(T')^2dv=\frac{1}{\overline{T}^2}G' \tag{2-24}$$

上式表明了不可逆热扩散过程的熵产也可由差值[火积]表示，转换系数为$\frac{1}{\overline{T}^2}$。综合以上分析，我们可发现在衡量蓄热体内部由于热扩散导致的不可逆性时，描述温度异质性的三个物理参数：差值[火积]G'（J·K）、最大做功能力 W（J）、熵产ΔS（J/K）可通过平均温度$\overline{T}$相互转换，见式(2-25)。如图 2-4 所示的温度均匀分布情况（c）有$\Delta S_3=0, W_3=0, G'=0$；冷热分明情况（a）的温度异质程度大于线性分布（b）的情况，因此$G_1'>G_2'$，$W_1>W_2$，也可将（b）分布情况视作（a）分布情况经过不可逆热扩散后的一个热力学状态。

$$W=\overline{T}\Delta S=\frac{1}{\overline{T}}G' \tag{2-25}$$

以上三个物理参数的本质都反映了“不可逆”程度，并且能相互转换；那么，采用其中哪个参数可以更好地描述蓄热过程的不可逆程度？首先，熵和[火积]参数的定义与计算公式与温度的定义及其标尺（也可表述为温度的增量单位）息息相关。几百年前，温度的概念基于热膨胀现象的经验观察提出，因此，唯象的温度标尺也会因参考物质热胀冷缩的程度及相变温度的不同而采取不同的“零点”和增量单位。傅里叶参考牛顿运动定律的线性规律提出了导热热通量与温度梯度的线性关系，推导过程并不涉及熵的变化（当时熵的概念还未提出），只将热量从高温向低温自发传递的现象作为热量传递和温度变化基础定律之一。

在这之后，热力学理论体系从宏观热力学和统计热力学的角度成熟地发展了熵的概念和热平衡的定义，热力学温度与熵也被赋予了微观统计学意义。从热平衡角度来看，假设两个闭口系统 A 与 B，它们相互接触并发生热交换，此过程两系统的总内能守恒。当 A 与 B 不再发生热传递时，A 与 B 处于热平衡态，当系统处于平衡态时，其熵已经达到了极大值，任何微小的内能变化都不会引起熵的进一步增加。因此，两个系统的总熵达到最大值，也就是熵产关于内能的偏导数为零时，系统达到热平衡态：

$$\frac{\partial(S_A+S_B)}{\partial U_A}=\frac{\partial S_A}{\partial U_A}+\frac{\partial S_B}{\partial U_A}=\frac{\partial S_A}{\partial U_A}+\frac{\partial S_B}{\partial(U-U_A)}=\frac{\partial S_A}{\partial U_A}-\frac{\partial S_B}{\partial U_B}=0\rightarrow \tag{2-26}$$

若定义此热平衡状态下两系统的“温度相等”，则此时表示热力学状态的“温度”

的应该定义为：

$$\tau_A = \frac{\partial S_A}{\partial U_A}; \tau_B = \frac{\partial S_B}{\partial U_B} \tag{2-27}$$

又因，根据温度的经验定义或热力学温度的定义，熵和内能的关系应表示为：

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N} = \frac{1}{T} \tag{2-28}$$

因此，在热力学表述下，描述熵增更自然的标尺（或增量单位）应是τ，即是热力学温度 T 的倒数。但由于热学的发展史是，先发展了有根据经验定义的传统温度，后基于温度等热学参数发展了熵的概念，因此大多数情况下计算熵增时仍采用热力学温度，但实际上许多研究将热力学温度的倒数作为基本标尺来分析和评价热力学状态，例如统计热力学中的 thermodynamic beta：$\beta = \frac{1}{k_B T}$，其中k_B 为 Boltzmann 常数。

从另一角度来看，若采用$\tau = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_{V,N}$作为温度的基本单位时，蓄热体的“平均温度”便为$\frac{1}{\bar{\tau}} = \frac{1}{M}\iiint_V \rho \frac{1}{\tau(x,y,z)} dv$，单位为[1/K]，那么对应的热容$c^*$的单位就应为[J/(kg · $\frac{1}{K}$)]，即$Q = Mc^*\tau = McT$，其中。因此，[火积]在温度标尺τ的表述框架下就应为$G^* = Mc^*\tau^2$，G^*作为状态参数时，其累计变化量可写作：

$$\Delta G^* = \int_1^2 d[\frac{1}{2}Mc^*\tau^2] = \int_1^2 Mc^*\,\tau d\tau = \int_1^2 dQ \cdot \tau = \int_1^2 \frac{dQ}{T} \tag{2-29}$$

可看出，上式中[火积]ΔG^*计算式的形式，在转变为使用热力学温度 T 作为温度标尺时，就呈现了熵产的形式。

原本在热力学温度 T 框架下可逆机满足的以下关系：$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = S$，不可逆热量传递过程的熵产为$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_1} - \frac{\Delta Q}{T_2} > 0$（$T_1 > T_2$）。因此，原本的不可逆过程熵产公式$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$在温度标尺$\tau$的框架下，就应写作：

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{\tau} = \int_1^2 dQ \cdot T = \int_1^2 d(McT) \cdot T = \int_1^2 d[\frac{1}{2}McT^2] \tag{2-30}$$

可看出，熵产在温度为τ的体系下呈现出了传统温度 T 体系下的[火积]耗散形式。综上所述，[火积]耗散与熵产在表述热量传递而导致的不可逆性程度时，只是由于温度的标尺不同，而呈现出不同的定义式；当两者的温度标尺互换时，也就是[火积]耗散采用热力学温度 T 的倒数——τ，为温度增量单位时，[火积]耗散的计算式便是熵产在热力学温度 T 的计算式，见式(2-29)。同样地，熵产在采用τ为温度增量单位时，其计算式就是[火积]耗散的形式，见式(2-30)。建立温度标尺的问题，本

质上是采用某一套规则将一组等温线分配给一个数字、而将另一组等温线分配给另一个不同的数字的问题。[火积]耗散与熵产表示不可逆程度的物理意义可能是一致的，但由于度量体系不同，需要通过一个为平均温度平方的系数在两套标尺之间相互转换。对于可视作孤立系统的蓄热体内部热量传递的问题来说，熵和[火积]之间的转换系数为$\frac{1}{\overline{T}^2}$，该转换关系也符合两个物理量的量纲之间的关系。

2.3　不可逆评价体系的基本框架和要求

蓄热系统的不可逆参数需要考虑蓄热介质由于传递过程产生的不可逆和蓄热装置中换热器等部件由于换热过程发生的不可逆。Bejan 提出热力系统的熵产结构应包括微元层面（differential element）、组件层面（elemental parts）、设备整体层面(components)的熵产(Bejan 1996)。如图 2-5 所示，蓄热装置一般经由系统换热器与能源系统中的热源/热汇换热，是不可逆热量处传递的首个主要环节。继而，换热流体通过蓄热换热器与蓄热介质传热，这一过程主要考虑蓄热换热器内外边界的换热，因此发生在蓄热介质与换热器接触的表面，这是热量由换热流体向介质传递的第二个不可逆环节。热量在蓄热介质中扩散的过程即是热量实际储存或取出的过程，由于蓄热介质的热阻，该扩散过程同样是不可逆的。因此，蓄热装置热量传递过程所产生的不可逆参数总量可表示为三个不可逆环节的总和：

$$I_{tot} = I_{SHX} + I_{SDHX} + I_{TESM} \tag{2-31}$$

其中，I_{SHX}与I_{SDHX}分别表示系统换热器和蓄热换热器产生的不可逆参数，I_{TESM}表示热量在蓄热介质扩散过程的不可逆参数。

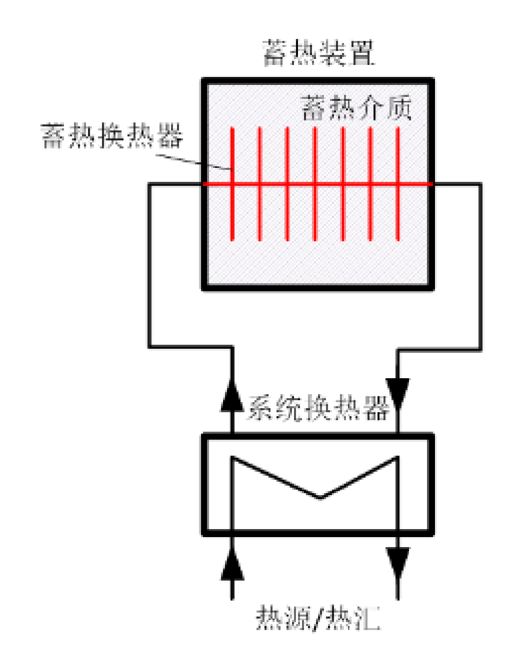


图 2-5 蓄热装置的不可逆性结构

对于系统换热器，冷、热流体之间的温差可能沿流向和蓄热过程的时间不断变化；在蓄热换热器各处，换热流体与蓄热介质边界的温差也可能存在空间和时间上的显著差异。因此，需要采用微分方程分析换热过程的不可逆参数分布情况与总量，非平衡态不可逆参数的通用计算方法见式(2-32)；根据非平衡态热力学理论，在可被视作内部为稳态的微元控制体中，为“流（*J*）”和“驱动力（*X*）”的乘积；在传热问题中，“流”即为热流，“驱动力”即为温差。

$$i = J \cdot X \tag{2-32}$$

$$I_{SHX} = \int_{t1}^{t2} \iint_{A} i \, dA \, dt \tag{2-33}$$

图 2-6 为逆流换热器的示意图，在每个微元换热面积dA上，热流通量dq都可写作：

$$\overbrace{dq}^{J} = U\,\overbrace{(T_1 - T_2)}^{X}\,dA \tag{2-34}$$

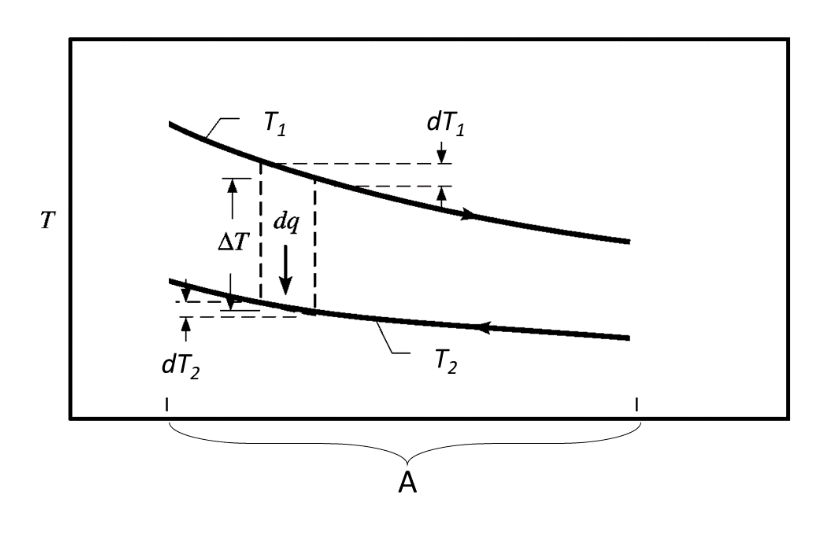


图 2-6 换热器微分方程示意图

式中，U为当地换热系数。例如，以[火积]耗散作为不可逆参数时，换热器整体的[火积]耗散率即可表示为式(2-35)：

$$\iint_A i\,dA = \iint_A \overbrace{(T_1 - T_2)}^{X}\overbrace{dq}^{J} = \dot{G} = \iint_A U(T_1 - T_2)^2 dA \qquad \textbf{(2-35)}$$

式(2-36)表示蓄热介质不可逆参数的计算方式，其中，$g_i(x,y,z,t)$为局部不可逆参数的单位体积生产率，如单位体积熵产（单位：$W/(K\cdot m^3)$）、[火积]耗散（单位：$W\cdot K/m^3$）等参数。

$$I_{TESM} = \int_{t1}^{t2}\iiint_V g_i(x,y,z,t)dv\,dt \qquad \textbf{(2-36)}$$

[火积]耗散、最大做功能力、熵产都可作为分析蓄热系统不可逆性的参数。评估特定蓄热介质内部经过特定的储热或取热过程的不可逆参数（I_{TESM}）时，需要针对以下蓄热过程的热量传递特性进行计算分析：

（1）非平衡态。储、放热过程为动态过程，在此过程中实际蓄热体的温度分布每时每刻都在发生不可逆地变化。因此，需要基于非平衡热力学的理论体系分析不可逆参数在温变场中的变化率，并在此基础上计算蓄热过程累计发生的不可逆程度。处于非平衡状态的蓄热介质内部会由于热传导现象产生热“流”，由温度梯度作为其驱动“力”。在每个可采取局部平衡假设的局部区域内，可以应用平衡态的热力学原理和关系来描述该区域的行为，局部的不可逆参数的产生率即可表示为“流”和“力”的内积。

（2）连续介质。蓄热体温度场的不均匀程度较大，因此很难准确地通过集总参数法描述蓄热装置整体的传热系数和蓄热效果。那么，我们就需要使用微分方程描述蓄热连续介质中的热量传递情况。基于蓄热体微元建立守恒方程，采用连续的

温度方程描述蓄热体全域的温度分布情况，需把传热过程表述为线性偏微分方程的边值问题来处理。对每个无限小的微元控制体，其内部可视作平衡态，需根据守恒定律分析不可逆参数的变化情况，并对全域进行空间积分，才能准确地计算连续介质的整体不可逆程度。蓄热介质分为固体和流体两类。导热方程（heat equation）可描述固体介质显热蓄热的情况，因为在固体介质中热量传递过程基本不涉及蓄热介质的搬运和移动过程。然而，流体蓄热情况需考虑连续性方程和动量传递方程（即 *N-S* 方程），因此热量作为流体的“载体”之一，其传递现象很大程度上受流体的流体情况决定。具体来说，对于罐式、水库蓄热等水体蓄热方式，我们需将水体全域视作内部发生流动与传热耦合的连续体（continuum）。对于地埋管蓄热等方式采用土壤蓄热，则主要是固体介质中的热传导问题；在不涉及蓄热介质固液相变的情况下，也无需考虑内部流动问题。

（3）耦合传递现象。流体置换式蓄热装置内部的传递现象包括：1）流体置换，即流体蓄热介质的整体流动，也称作对流动量传递；2）分子和湍流动量扩散，在分层流体中出现的剪切不稳定性湍流现象还会导致动能向内能的耗散，这是湍流现象中重要的不可逆过程；3）分子和湍流热量扩散，热量作为流体介质的“携带物”受到流动情况的显著影响。因此，包括湍流运动在内的各类流体运动现象会直接影响流体携带热量（即温度）的分布情况；同时，温度分布不均造成的热压也会影响流体运动的情况，即自然对流现象。我们需要在明晰耦合传递现象及其数学模型的基础上，构建不可逆参数。

此外，建立的不可逆参数评价体系需易于联系实际测量数据；对工程问题来说，选取的评价指标需直观地表征蓄热过程的温度品位损失规律和物理意义，并且对蓄热装置和整体供热工程的设计和优化有指导作用。

2.4 熵产与[火积]耗散参数的联系与区别

由以上分析得知，熵产与[火积]耗散都可描述蓄热过程的不可逆性；对于热量内部分布问题，这两个参数可通过系数$\frac{1}{T^2}$相互转换。Onsager 和 Prigoginea 等热力学家已成熟地发展了非平衡态热力学理论，并且现有蓄热系统研究的文献涉及不可逆分析时，绝大多数都采用基于熵与熵产计算地[火用]效率作为评价体系。但是，热量由高温向低温处自发扩散现象的不可逆程度不一定非得用熵产来描述。

广义上，耗散是指系统内部的能量转化为不可用的形式的过程，例如由于摩擦力导致的湍流黏性耗散现象，即是流体蕴含的更高阶、可完全用于做功的动能向更低阶的、不可用于直接做功的内能的转化过程。湍动能耗散率（energy dissipation rate）表示的即是局部区域内单位质量流体地动能向内能转换的速率。在拉格朗日力学（Lagrangian mechanics）中，瑞利耗散函数（Rayleigh dissipation function）是

用以处理与速度成比例的摩擦力对动能影响的函数。这些物理量和函数都涉及不可逆参数的量化与分析，但并非在以熵或熵产为指标的热力学体系下进行。对于蓄热过程，蓄热装置既可被视作热力学系统，并用熵产表示不可逆程度；又可以视作一个动量与热量传递规律遵从牛顿运动定律线性关系的运动系统，并用耗散行为描述不可逆。那么，哪个参数可以更直观地反映不可逆热量传递导致的温度品位损失特性？

蓄热水库时刻发生导致冷热掺混的湍流现象。雷诺平均方程（RANS）是根据雷诺平均理论（Reynolds averaging theory）推导得出的描述湍流流动的平均行为的流体力学方程，是对 Navier-Stokes 方程进行时间和空间平均的结果。根据(Herwig and Kock 2006)基于 RANS 方程对湍流局部熵产率公式的推导，熵产可分为四个部分：

$$g_{s,tot} = g_{s,\overline{C}} + g_{s,C'} + g_{s,\overline{D}} + g_{s,D'} \tag{2-37}$$

其中，$g_{s,\overline{C}}$表示平均温度梯度作用下的热传导导致的局部熵产，$g_{s,C'}$表示湍流温度波动下的热传导导致的局部熵产；$g_{s,\overline{D}}$表示平均流场的黏性耗散所导致的熵产，$g_{s,D'}$则表示的是湍流波动流场导致的黏性耗散。$g_{s,\overline{C}}$与$g_{s,C'}$的表达式为：

$$g_{s,\overline{C}} = \frac{k}{\overline{T}^2}[(\frac{\partial\overline{T}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial\overline{T}}{\partial y})^2 + (\frac{\partial\overline{T}}{\partial z})^2] \tag{2-38}$$

$$g_{s,C'} = \frac{\alpha_t}{\alpha}\frac{k}{\overline{T}^2}[\left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)^2] = \frac{\alpha_t}{\alpha}g_{s,\overline{C}} \tag{2-39}$$

其中，k为热导率，α_t与α分别为湍流和分子热扩散系数，α_t通常比α高 2～3 个数量级。湍流流体由于黏性耗散效应导致的动能向内能的耗散率为：

$$g_{s,\overline{D}} = \frac{\mu}{\overline{T}}[2(\frac{\partial\overline{u}}{\partial x})^2 + 2(\frac{\partial\overline{v}}{\partial y})^2 + 2(\frac{\partial\overline{w}}{\partial z})^2 + (\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{v}}{\partial x})^2 + (\frac{\partial\overline{u}}{\partial z} + \frac{\partial\overline{w}}{\partial x})^2 + \left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial z} + \frac{\partial\overline{w}}{\partial y}\right)^2] \tag{2-40}$$

$$g_{s,D'} = \frac{\mu}{\overline{T}}[2\overline{(\frac{\partial u'}{\partial x})^2} + 2\overline{(\frac{\partial v'}{\partial y})^2} + 2\overline{(\frac{\partial w'}{\partial z})^2} + \overline{(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x})^2} + \overline{(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x})^2} + \overline{(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y})^2}] \tag{2-41}$$

其中，μ为动力粘滞系数，$\overline{u}$、$\overline{v}$、$\overline{w}$分别表示x,y,z方向上的流体平均速度，u'、v'、w'分别表示湍流速度波动。可看出，计算湍流熵产时都需要通过除以流体的局部平均温度$\frac{1}{\overline{T}}$这一项，将不可逆程度在热力学体系中表示出来。无量纲数 *Bejan* 数被用作计算传热导致的熵产率占总熵产率的比例，对湍流问题 *Bejan* 数可表示为：

$$\mathrm{Be} = \frac{g_{s,\Delta T}}{g_{s,\Delta T} + g_{s,\Delta p}} = \frac{g_{s,\overline{C}} + g_{s,C'}}{g_{s,tot}} \tag{2-42}$$

当某一具体湍流问题的Bejan数→ 1时，这说明熵产主要来自于冷热掺混而非黏性耗散；当 Bejan 数很小时，则说明黏性耗散为熵产的主要机制，可能在流体粘滞系数和速度梯度都很大的情况中发生。

大气、海洋、湖泊学等地球物理学科十分关注分层流体中的掺混和湍流输运问题，这与蓄热水库关注的冷热掺混问题在流动机制的侧重点上是一致的。温度或热量是分层流体的“携带物”，其分布情况的变化率受流体运动支配，因此温度分布与速度分布存在 MOST 相似定律（Monin–Obukhov similarity theory）。(Corrsin 1951)采用傅里叶变换分析温度平方的意义，指出温度平方这一物理量在温度场中表示了某种促使热量传递的“势能”或“自由能（free energy）”，虽然温度平方的平均值不是一种实际意义上的能量，但它具有由于分子热扩散导致这中“势”的耗散的特性(Corrsin 1951)。

温度作为标量更容易测量，因此很多研究通过测量并计算温度梯度的平方这一参数来分析湍流动能的耗散情况。因此，标量湍流的耗散率在湍流标量场中有重要意义，对标量耗散率的动力学理解是很多工程问题的基础，标量能量方程描述标量方差平方的变化率(张兆顺, 崔桂香 et al. 2005)。关于标量梯度的平方的平衡方程也称为标量运输方程、标量梯度动力学方程、标量方差方程（scalar variance budget equation）等。温差平衡方程（Temperature variance budget）是表征湍流标量传输特性的重要方程(Wyngaard and Coté 1971, Bradley, Antonia et al. 1981)，由温度波动平方θ^2表示的脉动能量方程的平衡方程可表示为：

$$\frac{\partial\langle\theta^2\rangle}{\partial t}+\frac{\partial\langle u_k\theta^2\rangle}{\partial x_k}=\alpha\frac{\partial^2\langle\theta^2\rangle}{\partial x_k\,\partial x_k}-2\alpha(\frac{\partial\theta}{\partial x_k}\frac{\partial\theta}{\partial x_k}) \tag{2-43}$$

式中最后一项为耗散项，和温度梯度的平方成正比，α（或κ_T）为分子热扩散系数。分层流体的温度方差耗散项可直接表示为：

$$\chi=2\kappa_T(\frac{\partial\theta}{\partial z})^2 \tag{2-44}$$

当温度平方项表示为与动能变化率定义式类似的：$\frac{1}{2}\frac{\partial\langle\theta^2\rangle}{\partial t}$时，耗散项可表示为：$N=\kappa_T(\frac{\partial\theta}{\partial z})^2$，也就有$\chi=2N$。

耗散项表示了温度异质性的耗散率（dissipation rate of temperature inhomogeneity）或温度耗散率（temperature dissipation rate），该项与黏性耗散项具有一样的形式，存在传递规律方面的相似性(Monin and Yaglom 2013)。从实验上， (Deacon 1959)与(Taylor 1961) 基于相似准则发展出利用温度方差平方推算自然分层流体的湍动能耗散率的方法。随后，(Mestayer 1982) (Lin and Lin 1973) 测得了分层流体中温度谱频密度（temperature spectral density）的变化情况。“温度的频谱密度”和"“功率谱密度”这两个术语通常是指同一个概念，都是用于描述温度信号在频域上能量分布的度量，

是温度平方经过傅里叶变换后的参数。

可见，熵产与[火积]耗散都具备描述蓄热水体不可逆特性的理论基础和实际应用案例。两个不可逆参数都遵守平衡关系，其局部变化率（local rate of change）可表示为：

$$\begin{Bmatrix}局部不可逆\\参数变化率\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}对流\\运输速率\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}扩散\\运输速率\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}不可逆参数\\产生率\end{Bmatrix}$$

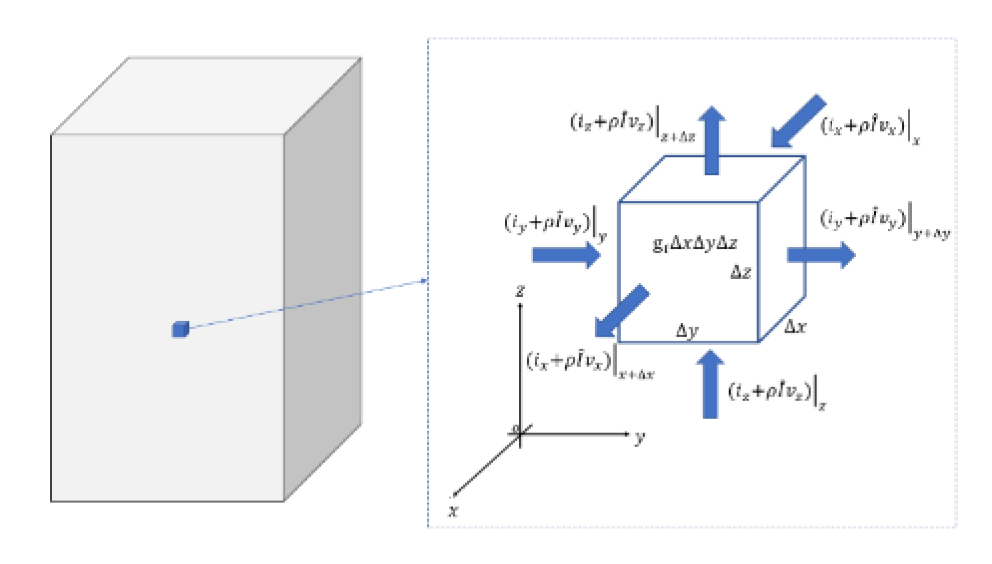


图 2-7 微元控制体的不可逆参数平衡关系

如图 2-7 所示，微元控制体的不可逆参数平衡方程可写作：

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\rho\hat{I}\Delta x\Delta y\Delta z) &= (\rho\hat{I}v_x)|_x\Delta y\Delta z-(\rho\hat{I}v_x)|_{x+\Delta x}\Delta y\Delta z\\&+(\rho\hat{I}v_y)|_y\Delta x\Delta z-(\rho\hat{I}v_y)|_{y+\Delta y}\Delta x\Delta z+(\rho\hat{I}v_z)|_z\Delta x\Delta y\\&-(\rho\hat{I}v_z)|_{z+\Delta z}\Delta x\Delta y\\&+i_x|_x\Delta y\Delta z-i_x|_{x+\Delta x}\Delta y\Delta z+i_y|_y\Delta x\Delta z-i_y|_{y+\Delta y}\Delta x\Delta z+i_z|_z\Delta x\Delta y\\&-i_z|_{z+\Delta z}\Delta x\Delta y\\&+g_i\Delta x\Delta y\Delta z\end{aligned} \quad (2\text{-}45)$$

进一步通过同除以微元体积项$\Delta x\Delta y\Delta z$化简上式，可得：

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho\hat{I} &= -\left(\frac{\partial}{\partial x}\rho\hat{I}v_x+\frac{\partial}{\partial y}\rho\hat{I}v_y+\frac{\partial}{\partial z}\rho\hat{I}v_z\right)-\left(\frac{\partial}{\partial x}i_x+\frac{\partial}{\partial y}i_y+\frac{\partial}{\partial z}i_z\right)\\&+g_i\\&=-(\nabla\cdot\rho\hat{I}\mathbf{v})-(\nabla\cdot\boldsymbol{i})+g_i\end{aligned} \quad (2\text{-}46)$$

式中，对流传输项$-(\nabla\cdot\rho\hat{I}\mathrm{v})$表示由于流动携带的不可逆参数的输入和输出，

扩散传输项$-(\nabla \cdot i)$表示不可逆参数通量（flux）的散度，不可逆参数产生项为g_i，由流动过程中的热量和动量扩散不可逆导致。不可逆参数的变化项可分为两类：（1）输入/输出流体微元边界，包括对流传输项和扩散传输项；（2）传递现象导致的产生或耗散。进一步，可采用随体函数（拉格朗日导数）根据质点的运动来描述流体属性随时间的变化。如图 2-8 所示，随体函数与当地导数（欧拉导数）的关系为：

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \tag{2-47}$$

对于表征流体一般的标量$c(x, y, t, z)$，即有：

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{c}) \tag{2-48}$$

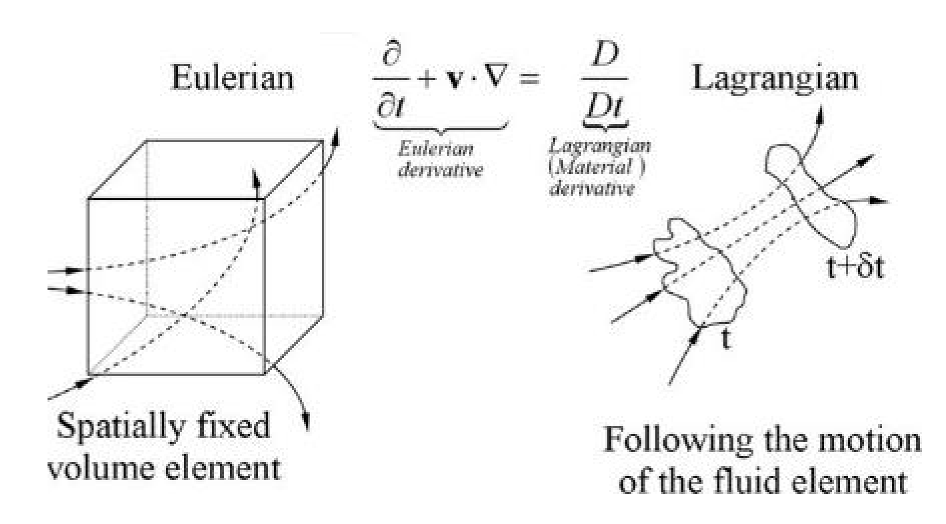


图 2-8 流动方程的欧拉与拉格朗日表达(Shadloo, Le Touzé et al. 2016)

拉格朗日导数表示的是在质点相对运动的参考系中观察到的属性的变化率。它考虑了流体颗粒的运动，并将导数与颗粒的移动联系起来。欧拉导数则表示的是在固定空间点上观察到的属性的变化率。它将导数与空间位置联系起来，并忽略了流体颗粒的运动。对于单位质量的不可逆标量$\hat{I}$，则有：

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t}(\rho \hat{I}) + (\frac{\partial}{\partial x}\rho v_x \hat{I}) + (\frac{\partial}{\partial y}\rho v_y \hat{I}) + (\frac{\partial}{\partial z}\rho v_z \hat{I}) \\ &= \rho(\frac{\partial \hat{I}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \hat{I}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \hat{I}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \hat{I}}{\partial z}) + \hat{I}(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\rho v_x + \frac{\partial}{\partial y}\rho v_y + \frac{\partial}{\partial z}\rho v_z) \\ &= \rho \frac{D\hat{I}}{Dt} + \hat{I}(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\rho v_x + \frac{\partial}{\partial y}\rho v_y + \frac{\partial}{\partial z}\rho v_z) \end{aligned} \tag{2-49}$$

上式中的最后一项满足流体连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{2-50}$$

因此，式(2-49)则可化简为：

$$\rho \frac{D\hat{I}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t}(\rho \hat{I}) + (\nabla \cdot \rho \mathbf{v} \hat{I}) \tag{2-51}$$

对比式(2-46)，则可得：

$$\rho \frac{D\hat{I}}{Dt} = -(\nabla \cdot \boldsymbol{i}) + g_i \tag{2-52}$$

式(2-52)表示从随流体质点的运动角度来看，造成其携带的不可逆参数$\hat{I}$变化的原因为扩散和当地的产生。也可以理解为，$\nabla \cdot \rho \hat{I} \mathbf{v}$表示流体整体的输运效应导致某特定位置处的不可逆参数“含量”的变化，这个过程与流体置换的效果类似，都表示流体发生空间位移导致的效应，从热力学上来看，该效应是可逆的。

由上文的分析得知，熵和[火积]都可作为不可逆参数，热量传递导致的熵流（entropy flux）(De Groot and Mazur 2013)和[火积]流（entransy flux）(Guo, Zhu et al. 2007)的定义式分别为：

$$\boldsymbol{s} = \frac{\boldsymbol{q}}{T} \tag{2-53}$$

$$\boldsymbol{g} = \boldsymbol{q} \cdot T \tag{2-54}$$

此处的熵流$\boldsymbol{s}$和和[火积]流$\boldsymbol{g}$皆为向量，都伴随同样为向量的热流$\boldsymbol{q}$产生。流体的黏性耗散效应导致一部分动能转换为内能，这一过程也会导致熵增。流体的内能平衡方程可写作：

$$\rho \frac{D\hat{U}}{Dt} = -(\nabla \cdot \mathbf{q}) - p(\nabla \cdot \mathbf{v}) - (\boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{v}) \tag{2-55}$$

上式等式右边第一项表示热传导导致的内能变化，第二项表示体积变化做功导致的内能变化，第三项表示粘性耗散导致的内能增加，$\boldsymbol{\tau}$为粘性应力张量。内能变化率和熵变化率的关系可写作：$\frac{D\hat{U}}{Dt} = T\frac{D\hat{S}}{Dt} - p\frac{D\hat{V}}{Dt}$；因此，在同时考虑热量传递不可逆性和黏性耗散不可逆性的情况下，流体熵的随体导数可写作：

$$\rho \frac{D\hat{S}}{Dt} = -\frac{1}{T}(\nabla \cdot \boldsymbol{q}) - \frac{1}{T}(\boldsymbol{\tau} : \nabla \boldsymbol{v}) \tag{2-56}$$

从上式可看出，由热流和黏性耗散导致的不可逆性都需要乘以$\frac{1}{T}$这一转换系数，才能通过“熵变”这一热力学体系下构建的参数表示出来。根据式(2-53)，可进一步

将熵变化率的随体导数写作：

$$\rho\frac{D\hat{S}}{Dt}= -\frac{1}{T}(\nabla\cdot T\boldsymbol{s})-\frac{1}{T}(\tau:\nabla\boldsymbol{v})=-(\nabla\cdot\boldsymbol{s})-(\frac{\boldsymbol{s}}{T}\cdot\nabla T)-\frac{1}{T}(\tau:\nabla\boldsymbol{v}) \\ =-(\nabla\cdot\boldsymbol{s})-\frac{1}{T^2}(\boldsymbol{q}\cdot\nabla T)-\frac{1}{T}(\boldsymbol{\tau}:\nabla\boldsymbol{v}) \tag{2-57}$$

对比式(2-52)，则可得到熵产率的表达式为：

$$g_s=-\frac{1}{T^2}(\boldsymbol{q}\cdot\nabla T)-\frac{1}{T}(\boldsymbol{\tau}:\nabla\boldsymbol{v}) \tag{2-58}$$

当不可逆参数为[火积]时，基于$d\hat{G}=Td\hat{U}$，[火积]的随体导数可写作：

$$\rho\frac{D\hat{G}}{Dt}=\rho T\frac{D\hat{U}}{Dt}=\rho cT\frac{DT}{Dt}=-T(\nabla\cdot\mathbf{q})=-\nabla\cdot(\boldsymbol{q}T)+\boldsymbol{q}\cdot\nabla T \\ =-\nabla\cdot\boldsymbol{g}+\boldsymbol{q}\cdot\nabla T \tag{2-59}$$

对比式(2-52)，则可得到[火积]耗散率的表达式为：

$$g_g=\boldsymbol{q}\cdot\nabla T \tag{2-60}$$

由上式看出，[火积]耗散率为热流和温度梯度的点积，同样呈现了“流”和“驱动力”乘积的形式，符合非平衡态热力学对不可逆参数的定义。相比于熵产率，[火积]耗散率不需要乘以$\frac{1}{T^2}$或$\frac{1}{T}$的“修正系数”，其形式更简洁，可以更好地反映传递过程的不可逆本质。

基于傅里叶定律，q与∇T的线性关系可表示为下式，其中k为材料热导率。

$$\boldsymbol{q}=-k\nabla T \tag{2-61}$$

熵产率和[火积]耗散率就可进一步表示为：

$$g_s=\frac{1}{T^2}\cdot k(\nabla T)^2 \tag{2-62}$$

$$g_g=-k(\nabla T)^2 \tag{2-63}$$

图 2-9 展示了熵和[火积]两个体系下对分子热扩散过程的不可逆参数变化率的分析体系：熵产率和[火积]耗散率具有相似的形式，主函数都为驱动热流的“力”——温度梯度的平方乘以唯象传递参数——热导率的形式；不同点在于，熵产率的符号为“正”，表示不可逆过程导致熵参数永远增加，而[火积]耗散率的符号为“负”，表示[火积]参数永远减少（即耗散）。此外，相对于[火积]耗散率，熵产率多出$\frac{1}{T^2}$转换项，由前文的论证可知，该转换项出现的根本原因是熵的基本温度尺度为热力学温度的倒数。

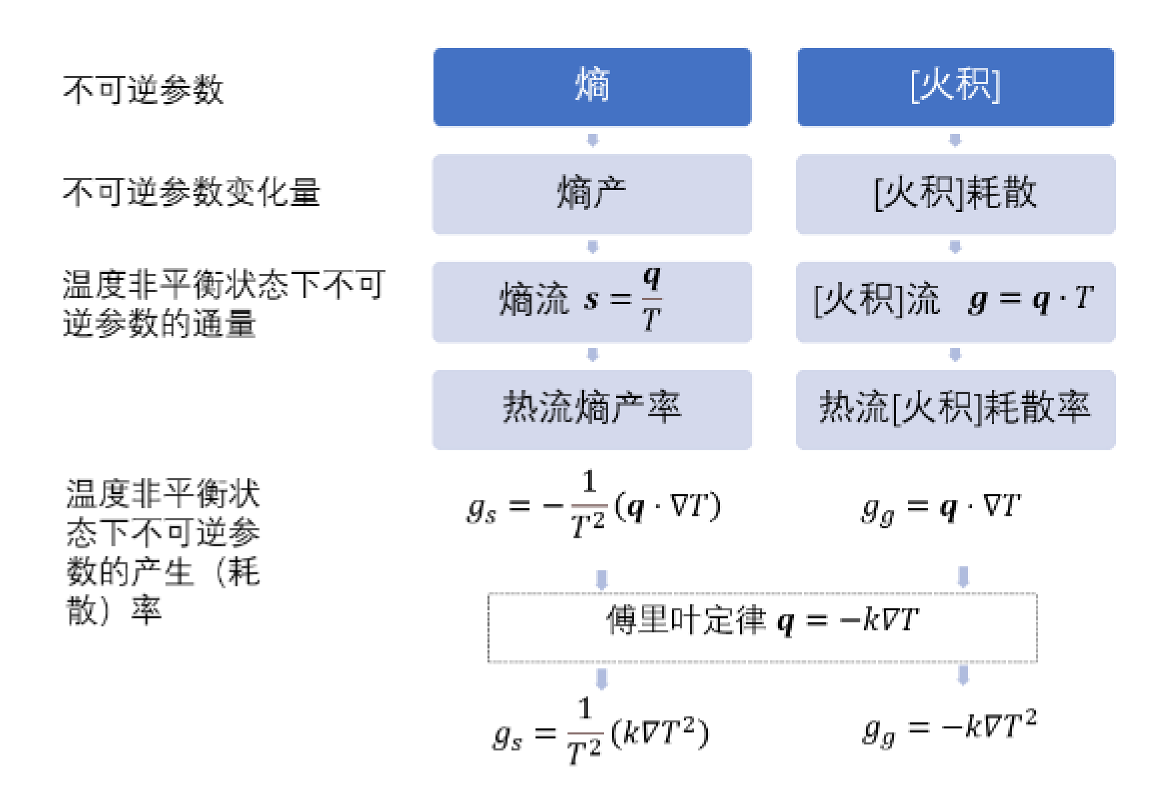


图 2-9 熵与火积的不可逆评价体系对比

那么，当评价蓄热系统的不可逆性时，应使用熵参数还是[火积]参数？首先，在以 T 为温度尺度和以傅里叶定律及牛顿冷却定律为基础热量传递速率计算法则的传热学研究中，[火积]耗散可以更加直观地表示热量传递的不可逆程度，采用单位蓄热量的累计[火积]耗散这一评价指标（单位为 K）可直观地表示一个蓄热过程整体上温度品位平均损失了多少度，该指标具有简明的物理意义。但是，熵产的单位为[J/K]，在反映温度品位损失时不如[火积]耗散直观，不易于直接理解其物理意义。本质上，式(2-62)中熵产率是通过$\frac{1}{T}$的梯度项计算的，见式(2-64)；其物理意义可理解为熵产直接以$\frac{1}{T}$为驱动力，当需要表示为 T 的梯度时，则需要乘以"转换系数"$\frac{1}{T^2}$。在非平衡态热力学中，傅里叶导热定律中采用的热导率 k 一般被表示为标量唯象系数L_{qq}（scalar phenomenological coefficient），从热力学角度，若要将熵产率直接表示为流项和驱动力项的点积的话，则需要重新定义导热系数为$\lambda = \frac{L_{qq}}{T^2}$，如式(2-65)所示。

$$g_s = \boldsymbol{q} \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) = \boldsymbol{q} \cdot \left(-\frac{1}{T^2}\nabla T\right) = \frac{1}{T^2} \cdot k(\nabla T)^2 \tag{2-64}$$

$$g_s = \lambda(\nabla T)^2 = \frac{L_{qq}}{T^2}(\nabla T)^2 \tag{2-65}$$

因此，熵产率和[火积]耗散率的本质区别还是温度标尺的问题。描述分子热扩散的傅里叶定律和分子质扩散的费克定律是经验定律，至少在稳态或准稳态情况下，

流项和驱动力项呈线性关系，这是独立于热力学而成立的经验关系，也称作唯象关系。因此，[火积]耗散更适合用作描述以线性温差为驱动力的导热热流的不可逆过程。

其次，如式(2-58)所示，蓄热水库中的掺混现象的熵产机理分为两类：热扩散（包括分子热扩散和涡流热扩散）和黏性耗散。当 Bejan 数较大时，黏性耗散占熵产的主要部分，但这部分熵产并非分析蓄热过程整体不可逆性的主要矛盾。本质上来看，虽然熵产衡量的是广义热力学范畴内的不可逆程度的增加，但对于以研究热量传递速率、并以减少热量内部传递为工程优化目标的蓄热问题来说，我们更关注的是蓄热体内部的流动和传热过程导致对蓄热量在供热实用性（即出口温度）的影响，也就是说，关心的是出口温度相对于储热温度具体降低了几度、需要弥补多少温度品位损失这一问题。[火积]耗散则仅衡量热扩散导致的不可逆效应，对蓄热装置和整体供热工程的设计和优化有指导意义。

另一方面，分层流体动力学研究已建立了基于通过测量温度方差耗散项（式(2-44)）确定湍动能耗散率和分层流体掺混及运动状态的实验方法，该项和[火积]耗散的形式相同，区别仅为前者使用流体的热扩散系数作为唯象系数，后者使用热导率。这不仅表明[火积]耗散项对于包括蓄热水体在内的分层水体具有实际意义，也意味着在实际蓄热水库工程中，研究人员可通过直接测量温差耗散对水体的[火积]耗散水平进行计算和分析，因此更有利于开展实际工程研究工作。因此，采用[火积]参数更符合湍流理论对传递现象的表述方式。

综上所述，使用[火积]相关参数分析蓄热问题的不可逆性更符合传递现象的数学建模体系，也能通过等效耗散温差这一衍生参数更直观地对于反映蓄热工程的温度品位损失特性，还更利于工程实验测量研究的开展。因此，下文将采用[火积]耗散参数具体分析蓄热装置的不可逆特性。

3.跨季节蓄热介质[火积]耗散分析方法

如图 2-5 所示，以[火积]为不可逆评价参数时，蓄热系统的[火积]耗散可主要分为三个部分：（1）系统换热器中产生的[火积]耗散;（2）蓄热换热器中产生的[火积]耗散;（3）热量在蓄热介质扩散过程的[火积]耗散：

$$G_{tot} = G_{SHX} + G_{SDHX} + G_{TESM} \tag{3-1}$$

上一章节中，我们基于不可逆参数的平衡方程推导出流体蓄热介质的[火积]变化率可通过当地导数和随体导数表示：

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho\hat{G} = -(\nabla \cdot \rho\hat{G}\mathbf{v}) - (\nabla \cdot \boldsymbol{g}) + g_g \tag{3-2}$$

$$\rho\frac{D\hat{G}}{Dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{g} + g_g \tag{3-3}$$

式中，$-(\nabla \cdot \rho\hat{G}\mathbf{v})$项与$-(\nabla \cdot \boldsymbol{g})$项表示的是流体运动和分子热扩散导致的[火积]参数的变化率，描述的是[火积]的传递现象，而耗散项g_g则为热扩散过程不可逆性的度量参数。蓄热装置应通过合理的设计和运行尽量降低[火积]耗散水平，也就是需将g_g项降低至尽可能低的水平，才能最大地保有蓄热量的温度品位及其向末端设备传递热量的能力。

那么，分析跨季节蓄热技术路径选择和优化设计的关键方法就转变成了建立蓄热[火积]耗散项的数学模型和比较计算[火积]耗散水平。本章节将针对可能适用于集中供热应用的斜温层热水蓄热技术（包括蓄热水库技术、坑式与罐式热水蓄热技术）、地埋管蓄热技术和相变蓄热技术开展[火积]耗散分析，并构建跨季节蓄热装置的[火积]耗散分析方法。

3.1　蓄热介质中的热平衡与[火积]平衡

跨季节蓄热过程主要导致固体或流体蓄热介质的内能变化，可不考虑系统对外做功或机械能对能量平衡的影响；由于工作温度较低，也可忽略辐射换热对内能变化的影响。总的来看，不论是热量还是[火积]参数，对于微元控制体的平衡方程都可归纳为以下输运方程的形式：

$$\{参数变化率\} = \{边界通量\} + \{源/汇项\}$$

其中，边界通量可由对流或扩散导致。对于一般的显热蓄热介质，热源项或热汇项为零，但“[火积]汇项”（即[火积]耗散项）存在。蓄热装置的关键性能评价指

标之一为热效率η_q，定义是一个蓄热过程中实际储存于蓄热介质中的热量与输入蓄热介质的热量之比，见式(3-4)-(3-5)。

$$\Delta Q_{\mathrm{st}} = Q_{\mathrm{in}} - Q_{\mathrm{out}} - Q_{loss} \tag{3-4}$$

$$\eta_q = \frac{\Delta Q_{\mathrm{st}}}{Q_{\mathrm{in}} - Q_{\mathrm{out}}} = 1 - \frac{Q_{loss}}{Q_{\mathrm{in}} - Q_{\mathrm{out}}} \tag{3-5}$$

上式中，Q_{in}和Q_{out}分别表示进入和流出蓄热系统的总热量，ΔQ_{st}和Q_{loss}分别表示蓄热装置的蓄热量和向环境散热导致的热损失。当热效率η_q为 100%时，即表示通过换热流体输入蓄热介质的热量完全储存于蓄热介质之内。

[火积]参数同样也遵从守恒定律，见式(3-6)；其中，ΔG_{st}为经过蓄热过程而储存在蓄热介质中的[火积]，G_{in}为换热流体伴随置换或传热过程进入蓄热介质的[火积]，G_{out}为换热流体离开蓄热装置带走的[火积]，G_{loss}为伴随蓄热装置外表面热损失而离开蓄热介质的[火积]，G_{dis}是蓄热介质内部热量传递过程导致的[火积]耗散。与热量平衡关系式相比，[火积]参数的平衡方程多了耗散项G_{dis}。

$$\Delta G_{st} = G_{in} - G_{out} - G_{dis} - G_{loss} \tag{3-6}$$

需要强调的是，虽然从结果上G_{dis}和G_{loss}都造成蓄热介质中[火积]的减少，但是两者的机理并不相同，因此需要区分开来。G_{dis}为[火积]耗散项，由于蓄热介质内部的不可逆热量传递导致；G_{loss}为[火积]损失项，伴随蓄热装置向环境散热的热流而产生。相应地，我们可以定义侧重点不同的两类[火积]效率：耗散[火积]效率$\eta_{g,dis}$与总[火积]效率$\eta_{g,tot}$。计算耗散[火积]效率$\eta_{g,dis}$时，我们重点关注热量内部传递的不可逆性，因此暂时忽略[火积]损失项与储存[火积]的对比，$\eta_{g,dis}$可定义为：

$$\eta_{g,dis} = \frac{\Delta G_{\mathrm{st}}}{G_{in} - G_{out} - G_{loss}} = 1 - \frac{G_{dis}}{\Delta G_{\mathrm{st}} + G_{dis}} \tag{3-7}$$

计算总[火积]效率$\eta_{g,tot}$时，我们则重点关注实际储存下来的[火积]的比例，代表累积下来的传递热量的总能力，因此可由式(3-8)定义：

$$\eta_{g,tot} = \frac{\Delta G_{\mathrm{st}}}{G_{in} - G_{out}} = 1 - \frac{G_{loss} + G_{dis}}{G_{in} - G_{out}} \tag{3-8}$$

当蓄热过程的热损失为零时（$\eta_q = 100\%$），$G_{loss} = 0$，因此$\eta_{g,dis} = \eta_{g,tot}$。并且，在理想情况下，导热蓄热装置的蓄热介质可被视作封闭系统（$G_{\mathrm{out}} = 0$），因此对于热损失为零的导热蓄热装置，其耗散[火积]效率或总[火积]效率可直接写作：

$$\eta_{g,dis} = \eta_{g,tot} = \frac{\Delta G_{\mathrm{st}}}{G_{in}} = 1 - \frac{G_{dis}}{G_{in}} \tag{3-9}$$

不管采用哪个[火积]效率定义，当耗散项G_{dis}较大时，都说明蓄热过程的不可逆

程度较大，并且都会降低[火积]效率。那么，计算蓄热过程热效率和[火积]效率的关键问题就是计算损失项和耗散项相对于系统参数总变化量的大小。对于流体置换式与导热式蓄热装置两类技术，蓄热介质发生内能变化的机理不同，因此需要采用不同的能量平衡方程表述蓄热过程的状态变化，具体的区别在于对流项和扩散项的形式。图 3-1 展示了分析两类蓄热装置平衡关系时的示意图。相同的是，两类蓄热装置表面与环境接触的热损失是第三类边界问题，最外层蓄热介质散热过程的热通量可表示为关于综合换热系数U_{tes}和换热温差的函数关系，见式(3-10)：

$$\boldsymbol{q}|_{\vec{x}@A_{tes}} = -k\frac{\partial T}{\partial x}|_{\vec{x}@A_{tes}} = U_{tes}[T_\infty - T(\vec{\boldsymbol{x}}@A_{tes},t)] \tag{3-10}$$

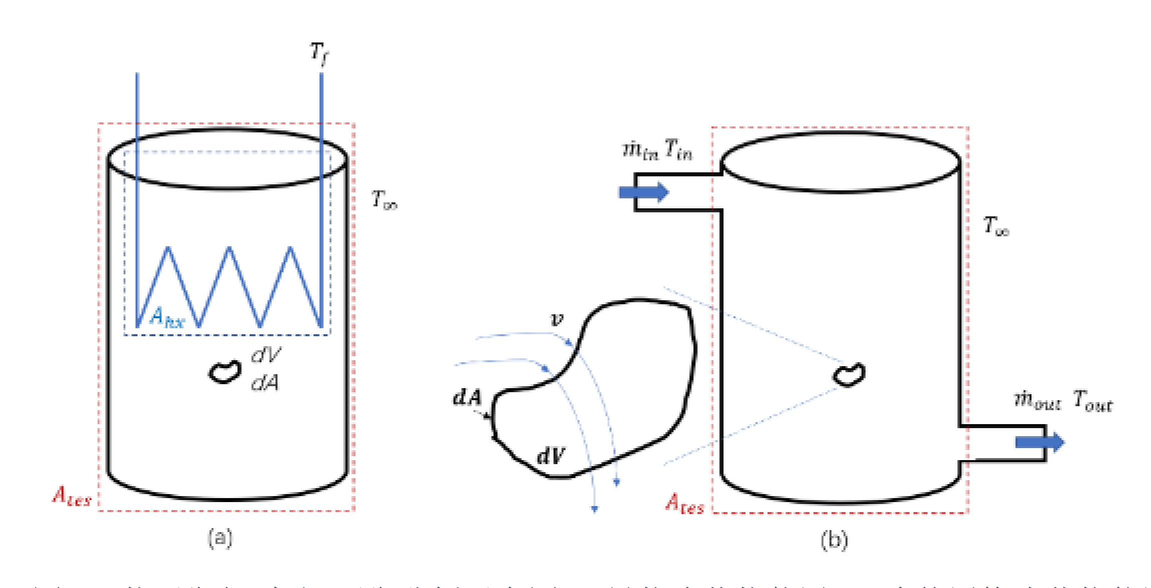


图 3-1 热平衡与[火积]平衡分析示意图 (a) 导热式蓄热装置 (b) 流体置换式蓄热装置

不同的是，导热蓄热装置通过蓄热换热器向蓄热介质传递热量以实现蓄热效果;而流体置换式为开口系统，通过蓄热介质的流动和置换实现高温介质在蓄热装置中的储存。蓄热换热器表面接触的蓄热介质的换热也可视作第三类边界条件问题，换热器表面的热通量即可表示为：

$$\boldsymbol{q}|_{\vec{x}@A_{hx}} = -k\frac{\partial T}{\partial x}|_{\vec{x}@A_{hx}} = U_{hx}[T_{\mathrm{f}} - T(\vec{\boldsymbol{x}}@A_{hx},t)] \tag{3-11}$$

因此，对于导热蓄热装置，内能的变化率可写作：

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho cT = -(\nabla\cdot\boldsymbol{q}) \tag{3-12}$$

热量和[火积]的流入和流出项是表面现象，仅与发生在控制面上的过程相关，并且通常与表面积成比例。基于高斯散度定理：$\iiint_V \mathrm{div}\,\mathrm{A}dv = \oint\!\!\!\oint_S \mathrm{A}\cdot \mathrm{n}dS$，蓄热介质整体的内能变化率即可表示为：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho cT dv = -\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA \tag{3-13}$$

那么，导热蓄热装置的热效率即可进一步表示为：

$$\eta_q = \frac{\Delta Q_{\rm st}}{Q_{\rm in} - Q_{\rm out}} = 1 - \frac{Q_{\rm out}}{Q_{\rm in}} = 1 + \int_{t1}^{t2} \frac{\oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA}{\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA} dt \tag{3-14}$$

导热蓄热装置的[火积]平衡方程为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho \hat{G} dv &= -\iiint_V (\nabla\cdot\boldsymbol{g})dv + \iiint_V g_g dv \\ &= -\oiint_A \boldsymbol{g}\cdot\mathbf{n}dA + \iiint_V g_g dv \\ &= -\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA + \iiint_V g_g dv \end{aligned} \tag{3-15}$$

相应的，总[火积]效率可表示为：

$$\begin{aligned} \eta_{g,tot} &= \frac{\Delta G_{st}}{G_{in} - G_{out}} \\ &= \int_{t1}^{t2} \frac{-\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA + \iiint_V g_g dv}{-\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA} dt \end{aligned} \tag{3-16}$$

对于流体置换式蓄热，还涉及流入和流出项，并包括由进出控制体的质量带来的热量，内能的变化率可写作：

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho cT = -(\nabla\cdot\rho cT\mathbf{v}) - (\nabla\cdot\boldsymbol{q}) \tag{3-17}$$

同样基于高斯散度定理，蓄热介质整体的内能变化率可表示为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho cT dv &= -\iiint_V (\nabla\cdot\rho cT\mathbf{v})dv - \iiint_V (\nabla\cdot\boldsymbol{q})dv \\ &= -\oiint_{A_{tes}} \rho cT\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA \end{aligned} \tag{3-18}$$

如图 3-1（b）所示，入流和出流的质量流量可表示为： $\dot{m}_{in} = \rho\dot{v}_{in}A_{in}$； $\dot{m}_{out} = \rho\dot{v}_{out}A_{out}$。当我们在控制体的外表面进行面积分时，我们考虑了控制体与外界的热交换。而当我们对所有内部无限小的控制体进行积分时，我们实际上是将控制体内部划分成无数个小区域，并考虑了控制体内部的局部热传导。这样的积分过程实际上是将整个控制体内部的热传导进行累加，最终得到整体的热传导情况。因此，上式可进一步写作：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho cT dv = -\oiint_A \rho cT\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_A \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA$$
$$= -\oiint_{A_{in}} \rho cT\dot{\boldsymbol{v}}_{in}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_{A_{out}} \rho cT\dot{\boldsymbol{v}}_{out}\cdot\mathbf{n}dA \quad \text{(3-19)}$$
$$-\oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA$$

那么，流体置换式装置的热效率可表示为：

$$\eta_q = \frac{\Delta Q_{\rm st}}{Q_{\rm in}} = 1 - \frac{Q_{\rm out}}{Q_{\rm in}}$$
$$= 1 + \int_{t1}^{t2} \frac{\oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}dA + \oiint_{A_{out}} \rho cT\dot{\boldsymbol{v}}_{out}\cdot\mathbf{n}dA}{\oiint_{A_{in}} \rho cT\dot{\boldsymbol{v}}_{in}\cdot\mathbf{n}dA} dt \quad \text{(3-20)}$$

开口系统的[火积]平衡方程为：

$$\frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho\hat{G}dv = -\iiint_V \left(\nabla\cdot\rho\hat{G}\mathbf{v}\right)dv - \iiint_V (\nabla\cdot\boldsymbol{g})dv + \iiint_V g_g dv$$
$$= -\oiint_A \rho\hat{G}\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_A \boldsymbol{g}\cdot\mathbf{n}dA + \iiint_V g_g dv \quad \text{(3-21)}$$
$$= -\oiint_{A_{hx}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA - \oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA + \iiint_V g_g dv$$

相应地，总[火积]效率可表示为式(3-22)：

$$\eta_{g,tot} = \frac{\Delta G_{st}}{G_{in} - G_{out}} = 1 - \frac{G_{loss} + G_{dis}}{G_{in} - G_{out}}$$
$$= 1 - \int_{t1}^{t2} \frac{-\oiint_{A_{tes}} \boldsymbol{q}\cdot\mathbf{n}\cdot TdA + \iiint_V g_g dv}{-\oiint_{A_{in}} \rho\hat{G}\dot{\boldsymbol{v}}_{in}\cdot\mathbf{n}dA - \oiint_{A_{out}} \rho\hat{G}\dot{\boldsymbol{v}}_{out}\cdot\mathbf{n}dA} dt \quad \text{(3-22)}$$

因此，分析蓄热介质热效率和[火积]效率问题的关键就是为确定$\boldsymbol{q}$和g_g的表达式。计算热效率时，我们需要重点关注蓄热介质与环境接触处的热通量：$\boldsymbol{q}|_{\vec{x}@A_{tes}}$；当蓄热装置的保温效果很好或者蓄热体积很大时，可基本忽略Q_{loss}和G_{loss}的影响。此时，G_{dis}就成为了影响总[火积]效率的决定性因素。总的来说，分析蓄热介质[火积]耗散项g_g，并通过合理的蓄热装置设计与运行尽可能减少耗散水平，是蓄热装置性能优化的关键问题。

3.2 水体蓄热湍流现象与[火积]耗散

蓄热水库技术、坑式即罐式热水蓄热技术都是通过冷、热流体之间的置换实现

储热与取热功能。蓄热水罐与水库虽然在体积上相差巨大，但蓄热原理都是基于冷热水之间的温度自然分层现象隔绝冷、热部主体，并且都依靠入流及出流设备（如进出水管、布液器等）向蓄热体输送、取出冷热水。因此，虽然蓄热体积、流量、传热接触面积等设计参数存在差异，但蓄热介质动量和热量运输现象的基本传递方程是一致的。据此，本节将蓄热水库技术、坑式即罐式热水蓄热技术都归为斜温层流体置换式设备，并用统一的方式构建[火积]耗散数学模型。

流体置换蓄热设备的蓄热过程是一个动态过程，内部温度分布和流动特征会随着时间而发生变化，不存在一个稳态工况。图 3-2 表示了流体置换蓄热设备储热过程的四个流动阶段：

（1） 动量扩散主导阶段
（2） 淹没出流阶段
（3） 热扩散和微尺度湍流主导阶段
（4） 出口卷吸阶段

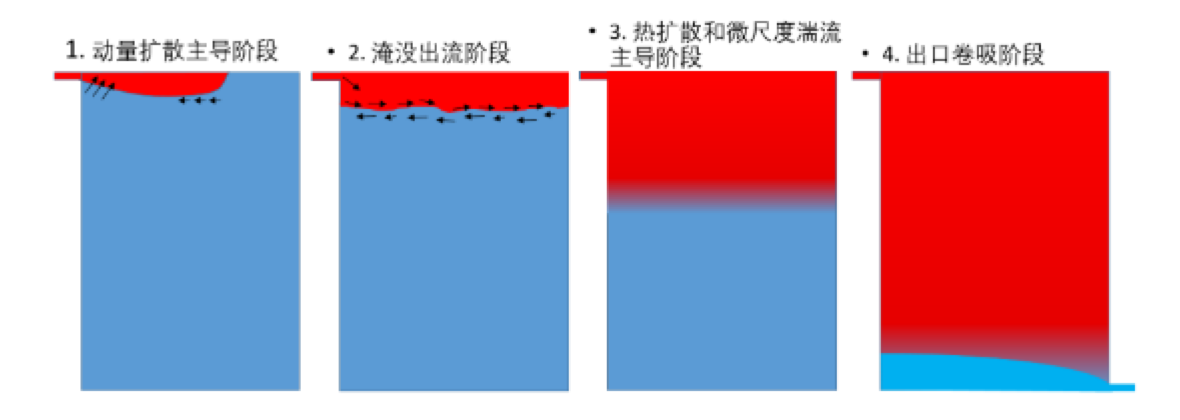


图 3-2 流体置换蓄热设备储热过程的四个流动阶段

分层流体中的紊动浮射流和剪切不稳定性导致的掺混效应是由湍流扩散导致的。湍流扩散是湍流流动中由于湍流涨落引起的流体“携带物”的混合和传输过程，是由湍流的不规则性和随机性特征所引起的。湍流运动能够通过流体内部以类似于分子扩散的方式扩散热量和其他可扩散性质，但湍流扩散的速度远高于分子扩散。湍流扩散可以通过扩散系数来描述，该系数是衡量湍流扩散速率的参数。扩散系数与湍流强度和湍流尺度有关。相应地，湍流涨落导致的不可逆扩散也会造成[火积]耗散，在上一章中，我们推导了层流流体和固体介质中地[火积]耗散表达式，并指出[火积]耗散由分子热扩散（即热传导）导致；然而，湍流扩散效应在蓄热装置地实际运行情况中广泛存在，[火积]耗散水平也应根据湍流导致的不可逆传递效应计算。因此，我们需要深入分析湍流模型并分析造成不可逆[火积]耗散的源项和相关参数。

湍流的统计模型是一种用于描述湍流行为的数学模型。它基于统计学原理，通过对湍流中的流场变量进行统计分析和建模来揭示湍流的统计特性和行为。在湍流

中，涨落是由于流体流动的非线性和不稳定性引起的，导致流场变量（如速度、温度、压力等）在时间和空间上发生随机波动。这些涨落在很短的时间和小的空间尺度上变化，无法通过简单的平均来描述。因此，基于湍流的统计特性和概率分布的观察结果，可将湍流涨落分解为平均分量和涨落分量，我们可以将湍流现象分解为均匀的背景流动（平均分量）和瞬时的随机波动（涨落分量）。平均分量代表了流场的整体特征和趋势，而涨落分量则代表了局部的波动和不规则性。基于湍流统计模型，可将速度等标量和温度等矢量等湍流参数简化为平均分量与涨落分量之和：

$$\boldsymbol{v} = \langle \boldsymbol{v} \rangle + \boldsymbol{v}' \tag{3-23}$$

$$T = \langle T \rangle + T' \tag{3-24}$$

尖括号中的平均分量也可理解为流体的层流分量。在分析湍流的平均分量和涨落分量导致的动量、热量传递情况以及[火积]传递的整体情况时，一般采时域平均的传输方程（time-averaged transport equation），这样可在考虑涨落的波动和变化的基础上分析湍流系统及其变量在一段时间内的平均状态。用尖括号表示时域平均值，并且假设流体的热物性为常数，则[火积]的变化率公式可表示为：

$$\langle \rho \frac{D\hat{G}}{Dt} \rangle = \langle \rho \frac{D\left(\frac{1}{2}cT^2\right)}{Dt} \rangle = \langle \rho c T \frac{DT}{Dt} \rangle = \langle \rho c (\langle T \rangle + T') \frac{DT}{Dt} \rangle \tag{3-25}$$

湍流涨落的平均值有以下特性：$\langle \boldsymbol{v}' \rangle = 0; \langle T' \rangle = 0$，因此有:

$$\langle \rho \frac{D\hat{G}}{Dt} \rangle = \langle \rho c \langle T \rangle \frac{DT}{Dt} \rangle \tag{3-26}$$

根据流体连续性方程，可得$(\boldsymbol{\nabla} \cdot \langle \boldsymbol{v} \rangle) = 0; (\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}') = 0$，因此有：

$$\begin{aligned} \frac{DT}{Dt} &= \frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{v} \cdot \nabla T = \frac{\partial T}{\partial t} + (\langle \boldsymbol{v} \rangle + \boldsymbol{v}') \cdot \nabla T \\ &= \frac{\partial T}{\partial t} + \langle \boldsymbol{v} \rangle \cdot \nabla T + [\nabla \cdot (\boldsymbol{v}' T) - T \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v}'] \\ &= \frac{\partial T}{\partial t} + \langle \boldsymbol{v} \rangle \cdot \nabla T + \nabla \cdot (\boldsymbol{v}' T) \end{aligned} \tag{3-27}$$

平均随体导数（mean substantial derivative）可描述流体的平均流动性质，其定义为：

$$\frac{\overline{D}}{\overline{D}t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \langle \boldsymbol{v} \rangle \cdot \nabla \tag{3-28}$$

因此，式(3-27)可表示为：

$$\frac{DT}{Dt}=\frac{\overline{D}}{\overline{D}t}T+\nabla\cdot(\boldsymbol{v}'T) \tag{3-29}$$

那么，温度随体导数的平均值即可表示为：

$$\langle\frac{DT}{Dt}\rangle=\frac{\overline{D}}{\overline{D}t}\langle T\rangle+\nabla\cdot\langle\boldsymbol{v}'T\rangle \tag{3-30}$$

在忽略黏性耗散对流体内能的影响时，湍流的温度平均分量与相应的内能变化率仅由分子热扩散导致，见式(3-31)：

$$\rho c\,\langle\frac{DT}{Dt}\rangle=-\nabla\cdot\langle\boldsymbol{q}_c\rangle=k(\frac{\partial^2\langle T\rangle}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\langle T\rangle}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\langle T\rangle}{\partial z^2}) \tag{3-31}$$

湍流速度涨落分量导致的热扩散可由湍流热通量（turbulent heat flux）表示。虽然$\nabla\cdot\langle\boldsymbol{v}'\langle T\rangle\rangle=0$，但是由于速度涨落分量和温度涨落分量存在关联性，因此 x、y、z 方向上的$\langle v_x'T'\rangle$、$\langle v_y'T'\rangle$、$\langle v_z'T'\rangle$皆不为 0。湍流热通量q_t的时域平均值可表示为：

$$\langle\boldsymbol{q}_t\rangle=\rho c\langle\boldsymbol{v}'T'\rangle \tag{3-32}$$

因此，湍流的能量平衡方程可写作：

$$\rho c\frac{\overline{D}}{\overline{D}t}\langle T\rangle=-\nabla\cdot\langle\boldsymbol{q}_c\rangle-\nabla\cdot(\rho c\langle\boldsymbol{v}'T'\rangle)=-\nabla\cdot(\langle\boldsymbol{q}_c\rangle+\langle\boldsymbol{q}_t\rangle) \tag{3-33}$$

那么，求解湍流[火积]耗散项的关键问题就是求解湍流热通量项。在湍流模拟中，需要选择适当的模型来近似描述湍流热扩散过程。应用最广的湍流模型之一是基于布辛尼斯克假设（Boussinesq hypothesis）的湍流粘度模型（turbulent viscosity model or eddy viscosity model）。该模型的核心假设是梯度扩散假设（gradient-diffusion hypothesis）建立，假设了湍流热通量的方向沿平均温度梯度的方向进行，即有：

$$\langle\boldsymbol{v}'T'\rangle=-\alpha_T\nabla\langle T\rangle \tag{3-34}$$

$$\langle\boldsymbol{q}_t\rangle=-k_T\nabla\langle T\rangle \tag{3-35}$$

其中，α_T为湍流热扩散系数（turbulent thermal diffusivity or eddy thermal diffusivity），k_T为相应的湍流热传导系数（$k_T=\alpha_T\cdot\rho c$）。湍流热扩散系数与湍流黏性系数ν_T（turbulent viscosity or eddy viscosity）的数量级相当（湍流普朗特数$Pr_T={}^{\nu_T}/_{\alpha_T}$，约为 0.7~1），比分子热扩散系数大 1~3 个数量级，这是由于湍流的扰动效应会极大地加快热量内部传递速率。基于湍流粘度模型，式(3-33)可写作：

$$\rho c \frac{\overline{D}\langle T\rangle}{\overline{D}t} = k\nabla^2\langle T\rangle + k_T\nabla^2\langle T\rangle = (k + k_T)\nabla^2\langle T\rangle \tag{3-36}$$

综合考虑分子热扩散和湍流热扩散系数地综合效应时，可定义有效热扩散系数（effective thermal diffusivity）为：$\alpha_{eff} = \alpha + \alpha_T$，那么上式就可写作：

$$\frac{\overline{D}\langle T\rangle}{\overline{D}t} = \alpha_{eff}\nabla^2\langle T\rangle \tag{3-37}$$

根据湍流温度随体导数与平均温度梯度的关系，[火积]的平均变化率可由式(3-38)表示：

$$\begin{aligned}\langle \rho \frac{D\hat{G}}{Dt}\rangle = \rho c\langle T\rangle \frac{\overline{D}\langle T\rangle}{\overline{D}t} &= -\langle T\rangle[\nabla\cdot(\langle \boldsymbol{q}_c\rangle + \langle \boldsymbol{q}_t\rangle)] \\ &= -[\nabla\cdot(\langle T\rangle\langle \boldsymbol{q}_c\rangle + \langle T\rangle\langle \boldsymbol{q}_t\rangle)] + (\langle \boldsymbol{q}_c\rangle + \langle \boldsymbol{q}_t\rangle)\cdot\nabla\langle T\rangle\end{aligned} \tag{3-38}$$

式中，$\nabla\cdot(\langle T\rangle\langle q_c\rangle)$与$\nabla\cdot(\langle T\rangle\langle q_t\rangle)$分别表示伴随热流的平均分量和涨落分量发生的[火积]流的散度，而$(\langle q_c\rangle + \langle q_t\rangle)\cdot\nabla\langle T\rangle$则为湍流的[火积]耗散项，不仅由基本流（层流）间的分子热扩散导致，还由湍流热扩散导致。因此，湍流的有效[火积]耗散（effective entransy dissipation of turbulence）可写作：

$$g_g^{t,eff} = (\langle \boldsymbol{q}_c\rangle + \langle \boldsymbol{q}_t\rangle)\cdot\nabla\langle T\rangle = (k + k_T)(\nabla\langle T\rangle)^2 = k_{eff}(\nabla\langle T\rangle)^2 \tag{3-39}$$

由以上分析可看出，确定掺混过程中的湍流热通量及采用湍流粘度模型时的湍流热扩散（热传导）系数是分析置换式蓄热装置[火积]耗散水平的重要过程。求解湍流热扩散（热传导）系数的关键基础是求解湍流黏性系数。湍流的数学模型必须同时考虑湍流应力和热通量场，并解决湍流的应力闭合问题。式(3-39)表示了湍流内部由于不可逆热扩散导致的[火积]耗散的通用格式，对于不同形式的湍流掺混过程（如图 3-3 所示），可采用的湍流模型以及k_{eff}或α_{eff}的数学模型也大不相同。因此，需针对具体的湍流现象开展[火积]耗散分析，并从蓄热装置整体的角度评估平均耗散水平。本报告第五章将详述蓄热水体中可能出现的各类掺混过程及基本模型。

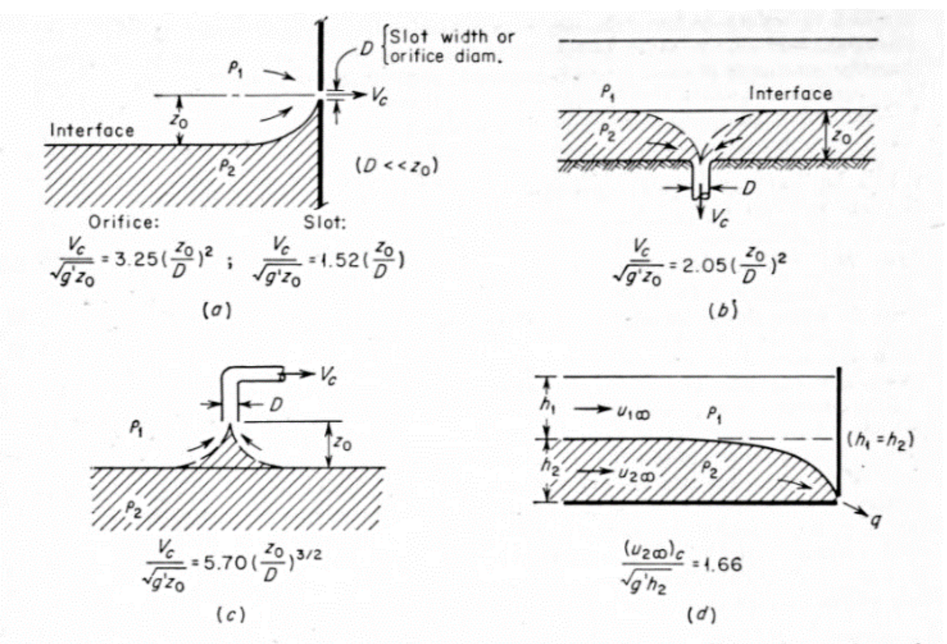
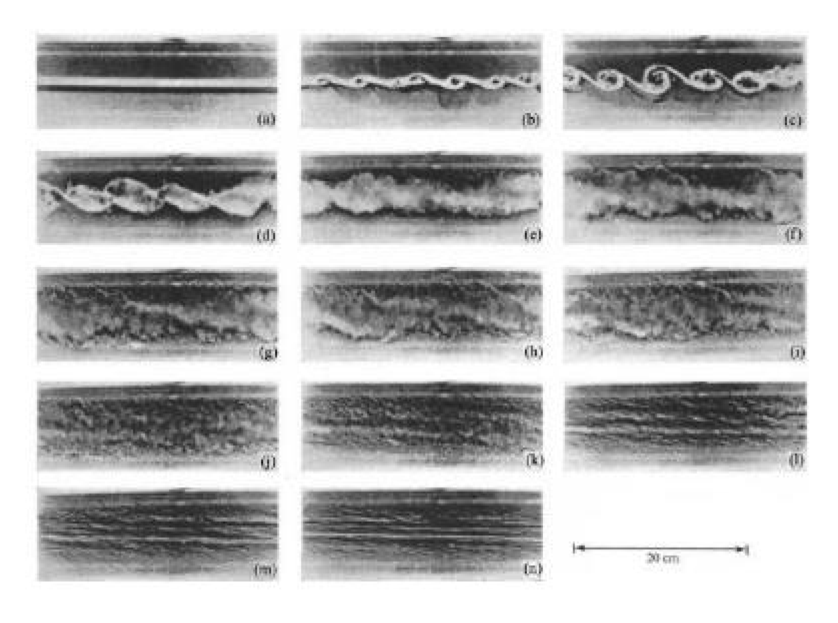


FIG. 26.11. Selective withdrawal of fluid for various boundary conditions in two-layered systems.

（a）进、出流伴随的挟掺和卷吸现象(Streeter and Kestin 1961)



（b）斜温层内剪切不稳定性导致的掺混(Thorpe 2007)

图 3-3 一些典型的掺混过程示意图

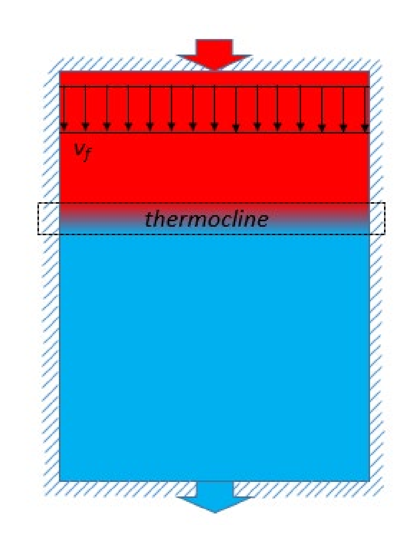
3.3 [火积]耗散分析中的理想过程与实际过程

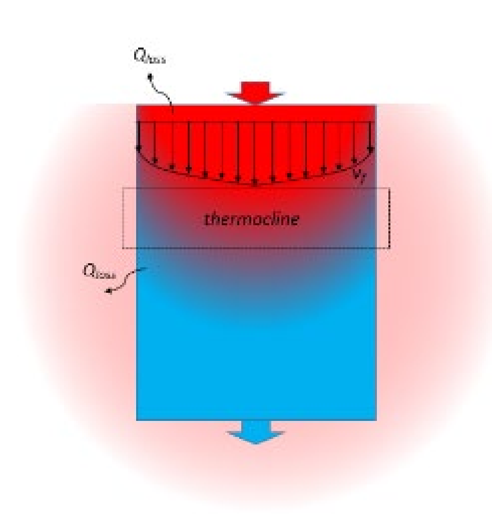
上一节中，我们推导了描述蓄热水体湍流现象的[火积]耗散通用表达式，得到需具体分析进出水口卷吸、剪切不稳定性掺混等具体现象的湍流模型和湍流热扩散系数，才能计算实际[火积]耗散大小的结论。如果存在一个“理想”的置换蓄热水体，其宏观流动过程仅呈现层流流态的话，就可以直接使用分子热扩散系数计算[火积]耗散水平。对于地埋管蓄热等其他跨季节蓄热方式，也存在类似的“非理想”因素导致蓄热过程的[火积]耗散水平升高。虽然，在实际工程中无法实现理想的蓄热过程，但在分析各类技术的总体[火积]耗散水平时，我们宜构建一个分析框架，以区分由蓄热原理本身导致的“本质”[火积]耗散与由于蓄热体设计或运行工况等实际因素导致蓄热过程偏离“理想情况”所产生的[火积]耗散。

因此，本节将针对水体蓄热、地埋管蓄热开展理想过程和实际过程的[火积]耗散分析，以期从理想情况上比较不同技术的[火积]耗散水平，并明确实际过程中对[火积]耗散水平的关键影响因素。表 3-1 列出了理想过程和实际过程中导致蓄热系统中[火积]损失与耗散的环节，需要强调的是，[火积]损失（式(3-6)中的G_{loss}）是[火积]变化中由于蓄热装置向边界外散热导致的部分，由于在理想过程中假设蓄热过程的热效率η_q=100%，因此[火积]损失也为 0。实际过程则考虑了所有导致蓄热装置积减少的因素，包括[火积]损失和[火积]耗散。

表 3-1 跨季节蓄热系统中的[火积]损失与耗散环节

	理想过程	**实际过程**
水体蓄热	热效率η_q=100% 冷热交汇界面无夹带流掺混，仅有流动方向热传导，即斜温层的形成仅由热传导导致 无径向热传导	1) 热效率η_q<100% 2) 冷热交汇界面存在夹带流掺混(斜温层因此变得更厚) 3) 由于蓄热体边壁的散热而存在径向热传导

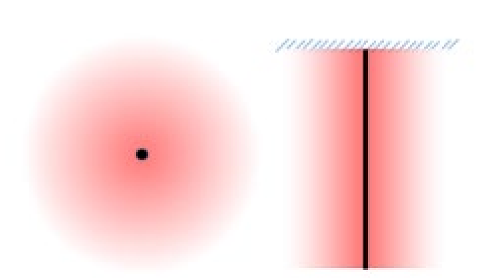


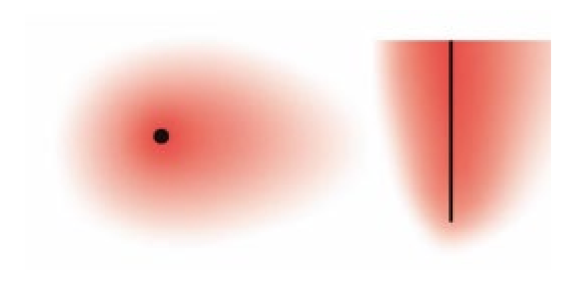


1) 热效率η_q=100%
2) 地埋管、钻孔内填充材料无热阻
3) 地埋管内传热流体流量无限大，冷热管间无传热
4) 土壤竖直向无温差($\frac{\partial T}{\partial z}=0$)
5) 无地下渗流 ($\boldsymbol{v_g}=0$)

1) 土壤向空气有散热(η_q<100%)
2) 地埋管、钻孔内填充材料有热阻
3) 地埋管冷热流体间有传热
4) 土壤竖直向存在温差($\frac{\partial T}{\partial z}>0$)
5) 土壤温度分布受地埋管有限深度和填埋深度等因素的影响
6) 存在地下渗流 ($\boldsymbol{v_g}>0$)

地埋管蓄热





在实际过程中的传热及流动情况十分复杂，所以我们首先通过理想过程模型分析现有跨季节蓄热技术的主要[火积]耗散特征，再于后续的数值模拟与试验研究中建立实际过程模型，以全面的描述[火积]耗散具体情况。建立理想过程模型的核心思想是通过一维瞬态传热模型表述储热过程并求得温度分布以及[火积]耗散的解析解；而实际过程存在三维、瞬态的热量传递，一般只能求得数值解或通过实际测量得到[火积]耗散。根据式(3-6)，可定义任意时间段[t_1,t_2]中蓄热介质全体积发生[火积]耗散的累计量G_{TESM}，也可称作累计[火积]耗散，见式(3-40)。

$$G_{TESM}=\int_{t_1}^{t_2}\iiint_V g_g(x,y,z,t)dv\,dt \tag{3-40}$$

评估单位蓄热量的[火积]耗散时，可定义等效耗散温差δT_g（单位为 K），见式(3-41)，其中Q_{TESM}为蓄热量或放热量。

$$\delta T_g = \frac{G_{TESM}}{Q_{TESM}} \tag{3-41}$$

3.3.1 水体蓄热[火积]耗散分析

根据对水体蓄热理想与实际过程的划分，我们可假设理想过程中仅发生垂直向的冷热水宏观层流流动，冷热界面附近的热量传递过程仅由分子热扩散（热传导）导致。该理想过程可由一维对流扩散方程描述，见式(3-42)

$$\rho_w c_{p_w} (\frac{\partial T_w}{\partial t} + u\frac{\partial T_w}{\partial z}) = k_w \frac{\partial^2 T_w}{\partial z^2} \tag{3-42}$$

其中，T_w为单个热水储热空间（无隔板设计）的随高度 z 和时间 t 的分布：$T_w(z,t)$，u [m/s]为蓄热体的平均截面流速，ρ_w, c_{p_w}, k_w为水的热物性参数。该一维对流扩散方程的解析解的形式如式(3-43)所示，由于该方程对 z 求偏导再平方后的解析方程无法得到对时间 t 积分的解析解，因此需要通过分析瞬态火积耗散的物理意义来简化计算方程。

$$T_w = T_{cold} + \frac{\Delta T}{2}\left(\boldsymbol{erfc}\left(\frac{H_{ptes} - ut}{2\sqrt{\alpha_w t}}\right) - e^{\frac{uH_{ptes}}{\alpha_w}} \boldsymbol{erfc}\left(\frac{H_{ptes} + ut}{2\sqrt{\alpha_w t}}\right)\right) \tag{3-43}$$

[火积]耗散仅在斜温层内产生。由于理想储热过程中斜温层产生并且逐渐生长的过程可以等同于为两个温度不同的半无限空间体由于接触后发生的瞬态导热过程，因此可直接求得没有流动状态下的两个半无限空间接触的瞬态分布并由此计算斜温层内导热的[火积]耗散解析解。假设储热过程的入口温度与流量均为定值，可得T_w表达式为：

$$T_w = \frac{1}{2}\Delta T\, erf(\frac{z}{2\sqrt{\alpha_w t}}) + T_{avg} \tag{3-44}$$

其中，z 表示距离斜温层中位点的距离，$\Delta T = T_{hot} - T_{cold}$；$T_{hot}$为储热进口温度，$T_{cold}$为储热起始温度，$T_{avg} = (T_{hot} + T_{cold})/2$。斜温层内部的$T_w$的瞬态分布如图 3-4 所示，可看出斜温层的平均温度是不变的，因为热量只发生内部传递，在热量持续不断地从斜温层热部向冷部传递地过程中，斜温层厚度也逐渐增加。

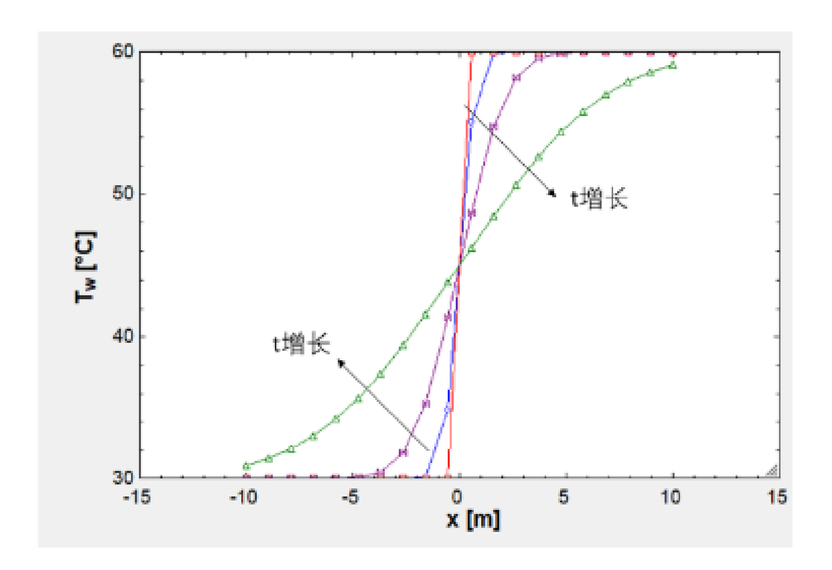


图 3-4 两个温度不同的半无限空间体间瞬态导热过程的温度分布情况(假设 Thot = 60°C, Tcold = 30°C)

基于理想情况下的温度分布情况，可通过(3-45)计算斜温层内部的[火积]耗散。

$$G_{TESM}^{w} = \int_0^{t_c}\int_0^{H_{ptes}} k_w A_{cs}\left(\frac{\partial T_w}{\partial z}\right)^2 dzdt \tag{3-45}$$

其中，A_{cs}为蓄热体横截面积，H_{ptes}为蓄热体的高度；联立上两式后并二重积分后得G_{TESM}^{w}的解析解，见式(3-45)。当蓄热体截面积A_{cs}为定值时，可将[火积]耗散表示为单位面积形式：G'^{w}_{TESM}，单位为 J·K/m^2，见式(3-46)：

$$\begin{aligned} G'^{w}_{TESM} &= \frac{\Delta T^2 k_w}{\sqrt{\frac{\pi\alpha_w}{2t}}} = \Delta T^2 k_w\sqrt{\frac{2t}{\pi\alpha_w}} = \Delta T^2\rho_w c_{p_w}\sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_w t} \\ &= \Delta T^2\sqrt{\frac{2}{\pi}k_w\rho_w c_{p_w} t} \end{aligned} \tag{3-46}$$

那么，该[火积]耗散项对应的等效热阻就可写作：

$$R_w = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{\pi}k_w\rho_w c_{p_w} t}} \tag{3-47}$$

根据半无限空间内的热通量定义式（见式(3-48)），可发现[火积]耗散热阻和瞬态热传导热阻地定义式是一致的，都是由ρ_w, c_{p_w}, k_w三项乘积的二次开方构成，可理解为热容项$\rho_w \cdot c_{p_w}$和热导项k_w的几何平方值。与稳态导热的情况不同的是，瞬态导热问题中导热材料的热容会影响热阻大小。

$$q_s(t) = \frac{k(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi\alpha t}} \tag{3-48}$$

那么，水体蓄热的等效耗散温差δT_w可依据式(3-49)计算，从该式中可看出，对于水体蓄热来说，其储热原理是置换。因此，当储热时间越长时，单位[火积]耗散越小，因为热扩散的速度单位（time scale of diffusion）是$\sqrt{t}$，而置换的速度单位是t，可见流体置换速率对[火积]耗散水平有很大的影响。

$$\delta T_w = \frac{G_{TESM}^w}{Q_{TESM}^w} = \frac{\Delta T^2 \rho_w c_{p_w} \sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_w t}}{\Delta T \rho_w c_{p_w} u t} = \frac{\Delta T}{u}\sqrt{\frac{2\alpha_w}{\pi t}} \tag{3-49}$$

实际过程中，分析[火积]耗散水平的关键点在于得到湍流热扩散系数和等效热扩散系数α_{eff}的综合情况，影响等效热扩散系数大小的因素包括流体所受的惯性力、粘性力、重力的相互关系和热物性等参数，可表示为一组无量纲数的函数：$\frac{\overline{\alpha}_{eff}}{\alpha_w} = g(Re, Ri, Pr\ \ldots)$。由于冷热交界面处的紊动掺混等原因，冷热掺混的热量传递效果可能为仅有热传导情况下的几十到几百倍。在紊流传热方程，紊动导致热量扩散的效果可用涡动热量扩散系数α_{eff}或等效热传率k_{eff}表示：$k_{eff} = f(k_w)$，此处反映的是综合所有掺混生成因素的热扩散系数。那么，单位蓄热量的累计火积耗散在考虑湍流掺混等因素的情况下，可表示为式(3-50)。

$$\delta T_w = \frac{G_{TESM}^w}{Q_{TESM}^w} = \frac{\Delta T^2 \rho_w c_{p_w} \sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_{eff} t}}{\Delta T \rho_w c_{p_w} u t} = \frac{\Delta T}{u}\sqrt{\frac{2\alpha_{eff}}{\pi t}} \tag{3-50}$$

以上考虑的是一定时间段内累计[火积]耗散与累计蓄热量的对比情况，若考虑累计[火积]耗散与置换蓄热装置理论总储热量的比值的话，等效耗散温差可写作：

$$\delta T_w{}' = \frac{\Delta T^2 \rho_w c_{p_w} \sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_w t}}{\Delta T \rho_w c_{p_w} H_{thws}} = \frac{\Delta T}{2L_c}\sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_w t} = \frac{\Delta T}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\frac{\alpha_{tes} t}{H_{thws}{}^2}} = \Delta T\sqrt{\frac{Fo}{2\pi}} \tag{3-51}$$

式中，定义置换蓄热的傅里叶数$Fo = \frac{\alpha_{tes} t}{H_{thws}{}^2}$，即蓄热容器的高度为特征长度。当$Fo < 0.1$时，可以将斜温层内部热传递视作半无限一维热传导的情况，那么就可以用下式计算单位理论储热量的[火积]耗散。通过上式定义的等效耗散温差则仅受Fo数和ΔT而不受逸散率对耗散温差的影响。

3.3.2 地埋管蓄热[火积]耗散分析

地埋管蓄热系统的蓄热介质为土壤，在一个大型地埋管蓄热场中，每根地埋管都与蓄热介质发生热交换，并且管与管间的传热效果会发生空间叠加效应（spatial superposition），如图 3-5 所示。理想过程中，可将单个地埋管假设为无限长线热源（infinite line source, ILS）并在圆柱坐标体系中计算温度的瞬态分布；但在实际情

况中，还需要考虑地埋管半径、埋管间距、埋管深度等一系列因素的影响。

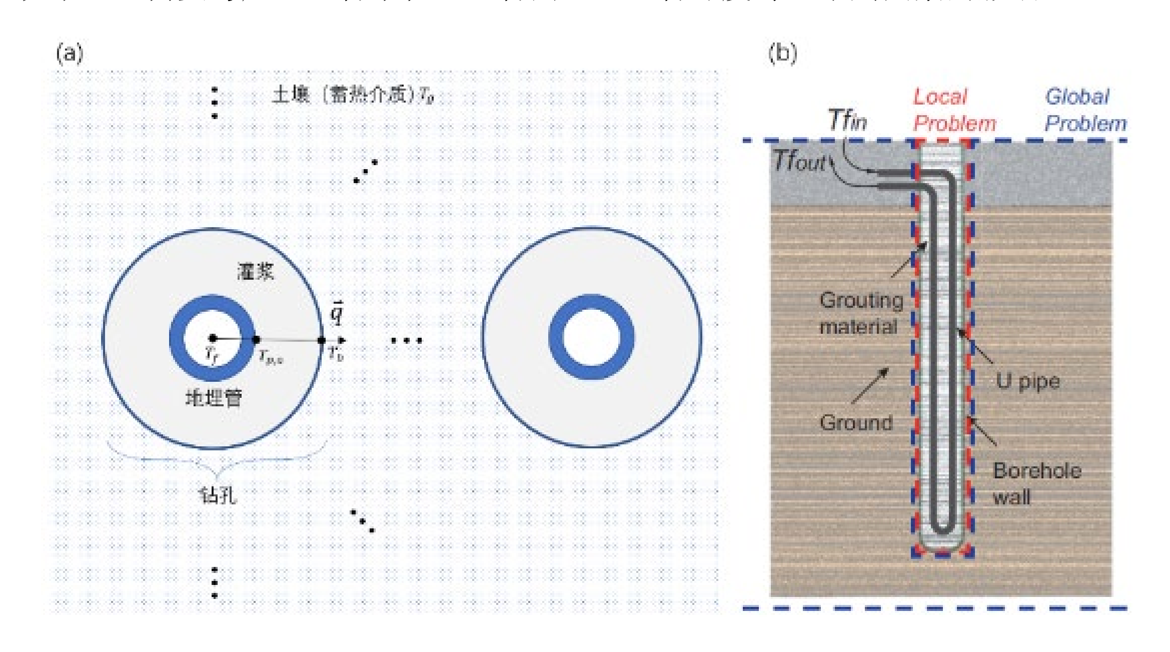


图 3-5 地埋管换热器模型示意图：（a）管间互相影响示意图；（b）单个地埋管换热器示意图 (Lazzarotto 2015)

采用无限长线热源模型时，一维热传导方程可由式(3-52)表示：

$$\rho_g c_{p_g}\frac{\partial T_g}{\partial t}=k_g\left(\frac{\partial^2 T_g}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_g}{\partial r}\right) \tag{3-52}$$

其中，T_g为单根管周边土壤的温度分布$T_g(r,t)$，ρ_g, c_{p_g}, k_g 为蓄热土壤的热物性。假设储热过程中注入地埋管的储热功率为q（单位：W），那么单个地埋管周围的土壤温度分布得解析解可由式(3-53)表示：

$$T\left(\frac{r}{2\sqrt{\alpha_g t}}\right)=T_{g0}-\frac{q'}{2\pi k_g}\int_{\frac{r}{2\sqrt{\alpha_g t}}}^{\infty}\frac{\exp(-\beta^2)}{\beta}d\beta \tag{3-53}$$

其中，q'为单位地埋管长度的热功率，可为固定值或瞬态值（单位：W/m），T_{g0}为开始储热前的土壤起始均匀温度。T_g的解析解为：

$$T_g=T_{g0}+\frac{q'}{4\pi k_g}Ei\left(\frac{r^2}{4\alpha_g t}\right) \tag{3-54}$$

通过拉普拉斯变换可得T_g的近似解析解可由式(3-55)表示，其中γ为 Euler–Mascheroni 常数，$\gamma\approx 0.577$。

$$T_g=T_{g0}+\frac{q'}{4\pi k_g}\left[\ln\left(\frac{4\alpha_g t}{r^2}\right)-\gamma\right] \tag{3-55}$$

图 3-6 展示了由式(3-55)求解得到的蓄热过程中的T_g瞬态变化示意图，其中 r 为

蓄热土壤距离地埋管中心的距离。可见，热量向外扩散的过程中，土壤温度和热穿透半径（thermal penetration radius）都在不断增加。

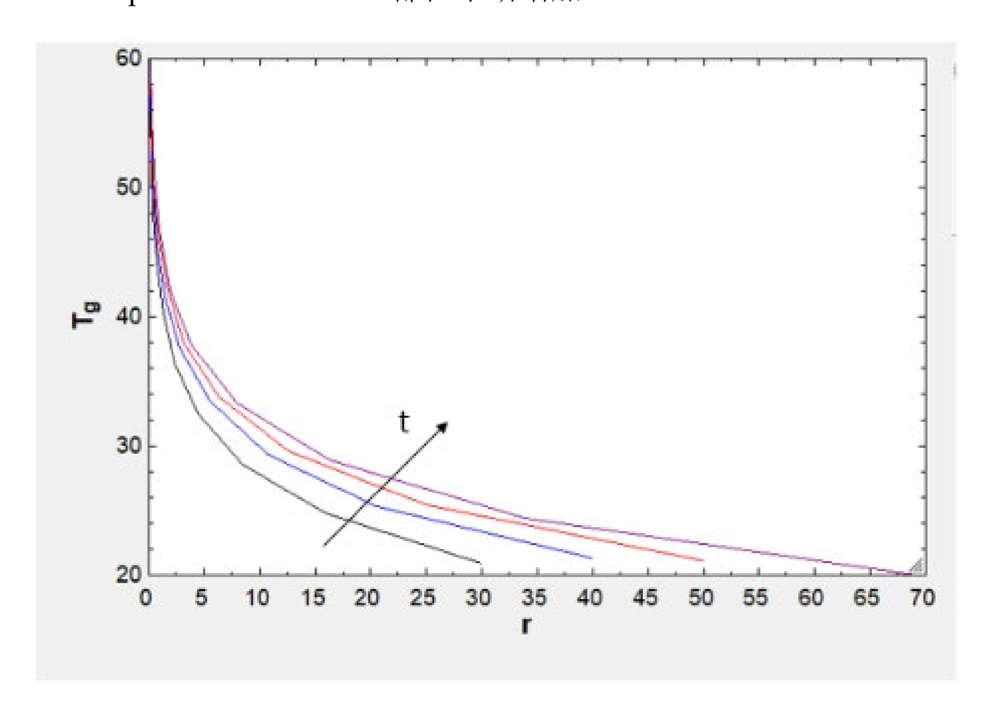


图 3-6 地埋管周边土壤温度随时间与半径变化趋势示意图

在圆柱坐标系下，理想储热过程的蓄热介质累计[火积]耗散可由式(3-56)计算。

$$
\begin{aligned}
G_{TESM}^{b} &= \int_0^t \int_{r_{bh}}^{r_{field}} k \cdot 2\pi r H_{bh} \frac{dT}{dr} \cdot \frac{dT}{dr} drdt \\
&= \int_0^t \int_{r_{bh}}^{r_{field}} k \cdot 2\pi r H_{bh} \left(\frac{dT}{dr}\right)^2 drdt
\end{aligned}
\tag{3-56}
$$

其中，r_{bh}为钻孔外径，r_{field}为地埋管蓄热场的外径，$r_{field} = 3\sqrt{\alpha t_c}$ (Eskilson 1987, Eskilson and Claesson 1988)。联立上两式可得单位地埋管深度的累计[火积]耗散G_{TESM}^{b}为：

$$
G_{TESM}^{b} = \frac{q'^2 ln \frac{r_{field}}{r_{bh}} t}{2k_g \pi}
\tag{3-57}
$$

那么，理想储热过程下地埋管蓄热的等效耗散温差δT_b则可表示为：

$$
\delta T_b = \frac{G_{TESM}^{b}}{Q_{TESM}^{b}} = \frac{\frac{q'^2 ln \frac{r_{field}}{r_{bh}} t_c}{2k_g \pi}}{q' t_c} = \frac{q' ln \frac{r_{field}}{r_{bh}}}{2k_g \pi} \approx \frac{q' ln \frac{3\sqrt{\alpha_g t}}{r_1}}{2k_g \pi}
\tag{3-58}
$$

实际过程中，需要计算地埋管设计参数等因素对[火积]耗散的影响。g-function 是一个用于描述地埋管周围土壤温度响应的函数，它描述了地埋管周围土壤的热传

导过程。g-function 的值取决于时间 t、土壤的热性质以及地埋管的布置参数。通过计算 g-function，可以评估地埋管蓄热系统的性能，并用于系统的设计和优化。一般情况下，g-function 没有解析表达式，它通常以积分形式表示，需要使用数值或数值近似方法进行计算。虽然 g-function 没有解析式，但可通过数值求解方法较准确地预测实际蓄热过程中土壤温度的变化情况，因此我们可引入 g-function 估计实际过程的[火积]耗散水平。地埋管蓄热场的 g-function (Cimmino 2018)可表示为式(3-59)，其值受到无量纲深井半径（r_b^*/L）、无量纲地埋管间距B/L、无量纲埋管深度（D/L）和无量纲时间（t/t_s）。当 g-function 确定时，可通过对 g-function 进行时间叠加（temporal superposition），得到深井壁温关于取热速率变化的计算结果。

$$\overline{T}_b(t/t_s) = T_{g0} - \frac{\overline{Q}_b'}{2\pi k_s} g(\frac{t}{t_s}, \frac{B}{L}, \frac{D}{L}, \mathrm{r}_b^*/L) \tag{3-59}$$

在确定地埋管设计的情况下，g-function 可表示为$g\left(\frac{t}{t_s}\right)$。其中，$\overline{T}_b\left(\frac{t}{t_s}\right)$为平均深井壁温，$T_{g0}$为不受热流影响处的土壤温度（undisturbed ground temperature）。对比式(3-54)可看出，土壤起始温度与深井壁温的差值$\Delta T_b = \overline{T}_b\left(\frac{t}{t_s}\right) - T_{g0}$，可统一写作$\Delta T_b = q' \cdot R_{bh}$。(Eskilson 1987)提出在$N$个地埋管的共同作用下，取热温差$\Delta T$可表示作：

$$\Delta T = -\frac{q_0}{2\pi k_s} \cdot \frac{1}{2} \cdot E_i(\frac{B^2}{4\alpha t}) \tag{3-60}$$

当对比单个地埋管和多个地埋管的情况时，我们发现当两者的总输热量和总流量都相同时，单管的流量仅为多管流量的 1/N，两个情况的在输送同样单位的热量温差q'时，温差的比值为：

$$\frac{\delta T_1}{\delta T_N} = \frac{q' \cdot \frac{g(1)}{2\pi k}}{\frac{q'}{N} \cdot \frac{g(N)}{2\pi k}} = \frac{N \cdot g(1)}{g(N)} \tag{3-61}$$

其中，$g(1)$和$g(N)$分别为单根地埋管和 N 根地埋管情况下的 g-function，图 3-7 给出了对相邻地埋管间影响的两种不同表述：左图表示无量纲地埋管间距B/H不同时的 g-function 曲线，当$B/H \to \infty$时，即表示仅有一根地埋管的情况；右图表示统一蓄热场地埋管数目对 g-function 曲线的影响。从两图中皆可看出，当$\ln\frac{t}{t_s}$较小时，地埋管传热过程刚刚开始，因此每个地埋管的热扩散范围还未影响到相邻的管，此时 g-function 曲线基本重合为一条直线。之后，当$\ln\frac{t}{t_s}$较大时，相邻管间的影响开始出现，布管较密集的蓄热场中 g-function 的提高速率较快，因为热量扩散至土壤远距离处的速率慢于储取热的速率，因此造成地面管附近的温度变化快于热量刚刚开始扩散的阶段。

由式(3-61)和图 3-7 可看出，地埋管数目对温差的影响并非呈线性关系，在曲线接近于平行时，$\frac{g(N)}{g(1)} < N$，因此考虑单根地埋管的传热情况时，蓄热场仅有 1 根与有 N 根地埋管情况的温差比值：$\frac{Ng(1)}{g(N)} > 1$，这也说明了在传输相同热量时，地埋管的数目越少时，需要付出的温差越大，那么对应的[火积]耗散则越大。

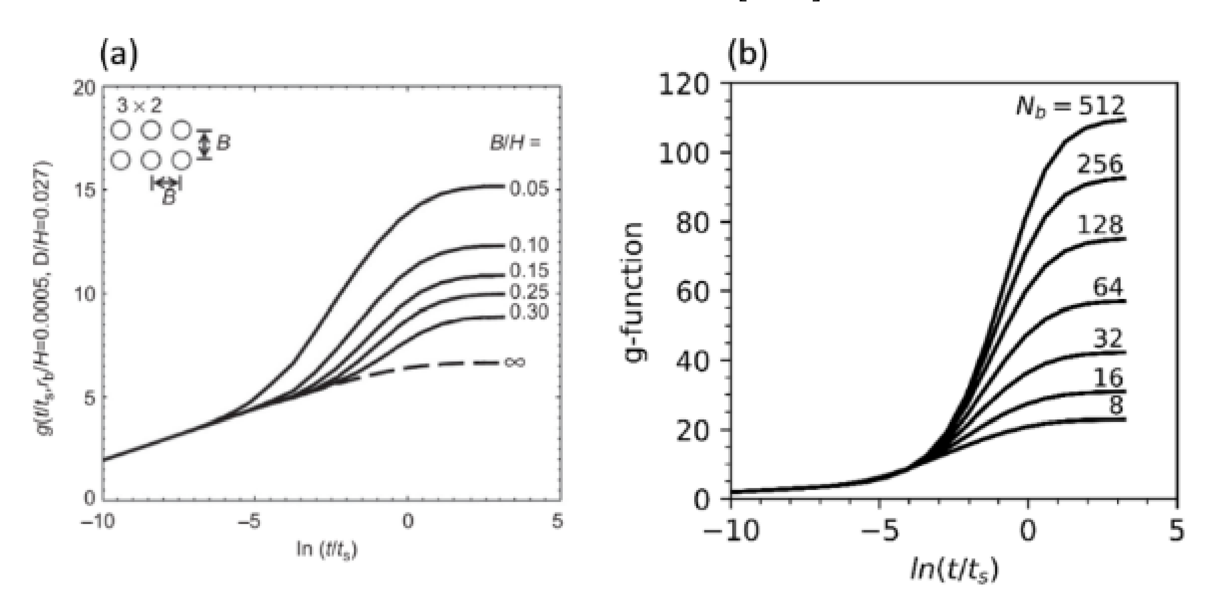


图 3-7 不同数目地埋管时的 g-function 曲线：(a)(Spitler and Bernier 2016)；(b)(Cimmino 2018)

实际过程需使用 g-function 得到地埋管的热响应函数。在确定地埋管设计的情况下，g-function 可表示为$g\left(\frac{t}{t_s}\right)$。实际情况下地埋管蓄热的瞬时[火积]耗散即可表示为：

$$\dot{G}_b = \dot{Q}\Delta T = \overline{Q}_b' L\left[\overline{T}_b\left(\frac{t}{t_s}\right) - T_{g0}\right] = \frac{\overline{Q}_b'^{\,2} L}{2\pi k_s} g\left(\frac{t}{t_s}\right) \tag{3-62}$$

那么累计[火积]耗散即可表示为：

$$G_b = \int_0^t \frac{\overline{Q}_b'^{\,2} L}{2\pi k_s} g\left(\frac{t}{t_s}\right) dt = \frac{\overline{Q}_b'^{\,2} L}{2\pi k_s} \int_0^t g\left(\frac{t}{t_s}\right) dt \tag{3-63}$$

如式(3-64)，等效耗散温差即可表示为 g-function 的函数；图 3-8 表示了不同地埋管数目下的等效耗散温差。

$$\delta T_{btes} = \frac{\Delta J_{btes}}{Q_{btes}} = \frac{\frac{\overline{Q}_b'^{\,2} L}{2\pi k_s} \int_0^t g\left(\frac{t}{t_s}\right) dt}{\overline{Q}_b' L t} = \frac{\overline{Q}_b'}{2\pi k_s} \cdot \frac{\int_0^t g\left(\frac{t}{t_s}\right) dt}{t} \tag{3-64}$$

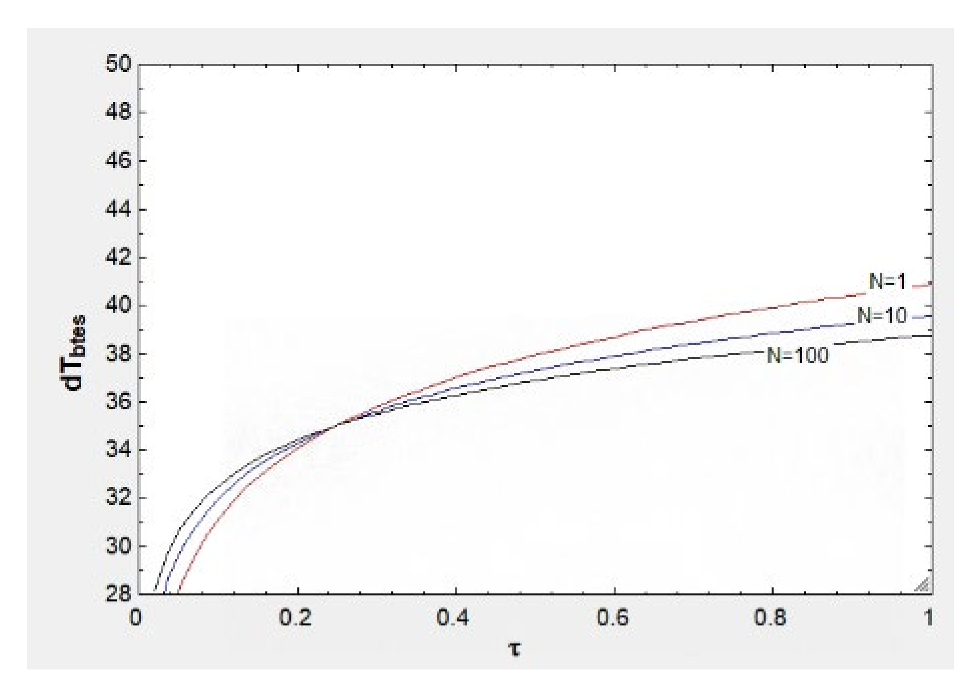


图 3-8 不同地埋管数目下的等效耗散温差

基于取得 g-function 数值解的基础上，通过上式可求得实际过程中地埋管蓄热的累计[火积]耗散和等效耗散温差。令$u = ln\frac{t}{t_s}$，则有$\int_0^t g\left(\frac{t}{t_s}\right)dt = \int_0^{e^u t_s} g(e^u)t_s e^u du$。对一个典型地埋管排布的 g-function 曲线拟合可得出：$g\left(\frac{t}{t_s}\right) = 0.18e\left(\frac{t}{t_s}\right)^{\frac{1}{2}}$；再对$g\left(\frac{t}{t_s}\right)$积分可得到式(3-65)。

$$\int g\left(\frac{t}{t_s}\right)dt = 0.36 \cdot t_s\left(\sqrt{\frac{t}{t_s}} \cdot e^{\sqrt{\frac{t}{t_s}}} - \left(e^{\sqrt{\frac{t}{t_s}}} + 2.24\right)\right) \tag{3-65}$$

由此，基于 g-function 计算得到的地埋管蓄热等效耗散温差即可表示为式(3-66)。

$$\delta T_{btes} = \frac{\overline{Q}_b'}{2\pi k_s} \cdot \frac{\int_0^t g\left(\frac{t}{t_s}\right)dt}{t} = \frac{\overline{Q}_b' \cdot 0.36 \cdot t_s\left(\sqrt{\frac{t}{t_s}} \cdot e^{\sqrt{\frac{t}{t_s}}} - \left(e^{\sqrt{\frac{t}{t_s}}} + 2.24\right)\right)}{2\pi k_s t} \tag{3-66}$$

3.3.3 相变蓄热的[火积]耗散分析

现有的相变蓄热[火积]耗散分析研究中，(陈彦龙, 王馨 et al. 2012)提出，基于火积耗散最小的优化原则，多级相变蓄热比单级的火积耗散更小，并认为当相变温度为热流入口温度和冷流入口温度的算数平均值时，广义热阻达到最小值。(Bellecci and Conti 1994)则认为 Stefan Problem 中可实现熵产最小的相变温度是冷、热温度的几何平均温度。目前的结论都是基于 Stefan 问题的数值解提出的，还未提出 Stefan 问题的[火积]耗散解析解。

本节将基于理想化的 Stefan Problem 构建累计[火积]耗散的物理模型，并分析影响相变蓄热火积耗散的主要因素。

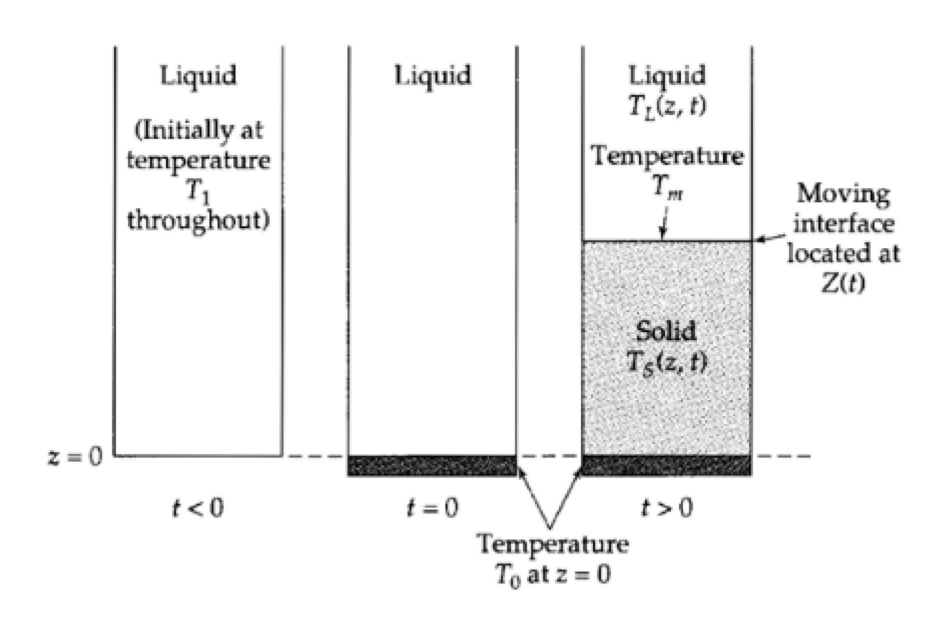


图 3-9 一维凝固 Stefan 问题边界条件示意图(Bird, Stewart et al. 2002),固液边界的未知函数为 Z(t)

需要定义无量纲温差ϑ_m，表示为相变传热的驱动温差$T_0 - T_m$与初始温差$T_0 - T_i$的比值：

$$\vartheta_m = \frac{T_0 - T_m}{T_0 - T_1} \tag{3-67}$$

固体和液体的无量纲温度分别可以表示作ϑ_s和ϑ_l，其中C_1~C_4为需要根据传热边界条件和初始条件计算的常数项。

$$\vartheta_S \equiv \frac{T_S - T_0}{T_1 - T_0} = C_1 + C_2 \mathrm{erf}\,\frac{z}{\sqrt{4\alpha t}} \tag{3-68}$$

$$\vartheta_L \equiv \frac{T_L - T_0}{T_1 - T_0} = C_3 + C_4 \mathrm{erf}\,\frac{z}{\sqrt{4\alpha t}} \tag{3-69}$$

描述 Stefan 问题的关键边界条件之一是 Stefan 数（*Ste*），它表示显热蓄热量与潜热蓄热量的比值：

$$Ste_0 = \frac{c_p(T_0 - T_1)}{H_f} \tag{3-70}$$

在理想过程中，仅考虑导热为导致传热和固液相变的传热机理，于是有固相和液相的导热方程：

$$\text{Solid: } \frac{\partial\vartheta_S}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2\vartheta_S}{\partial z^2} \tag{3-71}$$

$$\text{Liquid: } \frac{\partial\vartheta_L}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2\vartheta_L}{\partial z^2} \tag{3-72}$$

求解该问题需要四个边界条件和一个初始条件，最关键的边界条件是固液界面处 *Z(t)*的温度情况和相变情况，见式(3-73)与(3-74)：

$$\vartheta_L=\vartheta_S=\vartheta_m \tag{3-73}$$

$$k\frac{\partial\vartheta_S}{\partial z}-k\frac{\partial\vartheta_L}{\partial z}=\frac{\rho\Delta\hat{H}_f}{T_1-T_0}\frac{dZ}{dt} \tag{3-74}$$

经过计算，可得到固液界面的解析式为$Z(t)=\lambda\sqrt{4\alpha t}$，其中$\lambda$为$\vartheta_m$与 Ste 数的函数：

$$\frac{\vartheta_m}{erf\lambda}-\frac{1-\vartheta_m}{erfc\lambda}=\frac{\sqrt{\pi}}{Ste}\lambda e^{\lambda^2} \tag{3-75}$$

基于上式，可将ϑ_s和ϑ_l分别表示为：

$$\text{Solid: } \vartheta_s=\vartheta_m\frac{\operatorname{erf}(z/4\alpha t)}{\operatorname{erf}\lambda} \tag{3-76}$$

$$\text{Liquid: } \vartheta_l=1-(1-\vartheta_m)\frac{\operatorname{erfc}(z/4\alpha t)}{\operatorname{erfc}\lambda} \tag{3-77}$$

其中，$\operatorname{erfc}\lambda=1-\operatorname{erf}\lambda$，也可将上两式表示为温度的形式。λ 是一个只与相变材料热物性（H_f, c_p, T_m）以及传热边界条件（T_0，T_1）相关的参数，随 *Ste* 数的增加而增加，基于一个算例的计算结果见图 3-10。

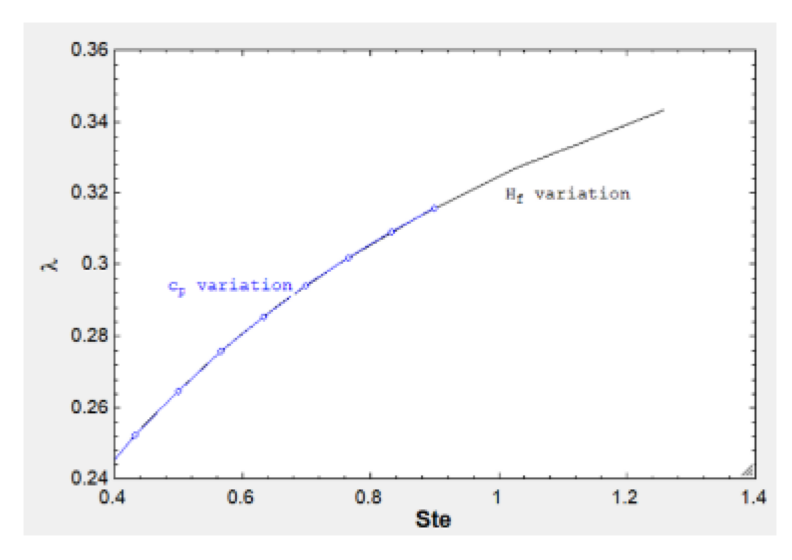


图 3-10 假设条件为($T_0=60; T_1=30; T_m=45$)情况下 λ 随 Ste 数的变化情况

根据(Alexiades 2017)，单相 Ste 问题的 λ 可以近似地表达为式(3-78)，在$Ste < 4.86$时，λ 的相对误差在 10%以内。当 Ste 数继续增加时，相变对导热的影响就越来越小，λ也趋近于一个极值，如式(3-78)所示。

$$\lambda \approx 0.706\sqrt{Ste}[1 - 0.21(0.5642 \cdot Ste)^{0.93-0.15Ste}] \tag{3-78}$$

液相温度即可表示为λ的函数：

$$T_l = T_{hot} - \frac{\Delta T_m}{2erf\lambda} \mathrm{erf}\left(\frac{z}{\sqrt{\alpha_{pcm} t_c}}\right) \tag{3-79}$$

液相和固相的累计[火积]耗散则可由式(3-80)表示：

$$G_{lhtes} = G_s + G_l = \int_0^{t_c}\int_{Z(t)}^{+\infty} k_s A_{cs}\left(\frac{\partial T_s}{\partial z}\right)^2 dzdt + \int_0^{t_c}\int_0^{Z(t)} k_l A_{cs}\left(\frac{\partial T_l}{\partial z}\right)^2 dzdt \tag{3-80}$$

单位截面积的[火积]耗散则可表示为：

$$\Delta G'_{lhtes} = [\frac{\Delta {T_m}^2}{(erf\lambda)^2} + \frac{(\Delta T - \Delta T_m)^2}{(erfc\lambda)^2}]\rho_{pcm} c_{p_{pcm}} \sqrt{\frac{2}{\pi}\alpha_{pcm} t} \tag{3-81}$$

可看出潜热蓄热与显热储热的累计[火积]耗散的解析式形式基本一致，但温度平方项的表达式不同，前者为$\frac{\Delta {T_m}^2}{(erf\lambda)^2} + \frac{(\Delta T-\Delta T_m)^2}{(erfc\lambda)^2}$，后者为$\Delta T^2$。当熔融潜热$H_f \to 0$时，$Ste \to \infty$，如图 3-11 所示，$erf\lambda \to 1$并且$erfc\lambda \to 0$。当$\Delta T_m = \Delta T$或$\Delta T_m = 0$时，相变过程都无法发生。当相变可以发生时，已知$erf\lambda = 1 - erfc\lambda$，则可推导出当$erf\lambda = erfc\lambda$ 时，$\left[\frac{1}{(erf\lambda)^2} + \frac{1}{(erfc\lambda)^2}\right]$ 可达到极小值 $\left[\frac{1}{(erf\lambda)^2} + \frac{1}{(erfc\lambda)^2}\right]_{min} = 8$。$\frac{\Delta {T_m}^2}{(erf\lambda)^2} + \frac{(\Delta T-\Delta T_m)^2}{(erfc\lambda)^2}$最小为$\Delta T^2$的 2~4 倍。

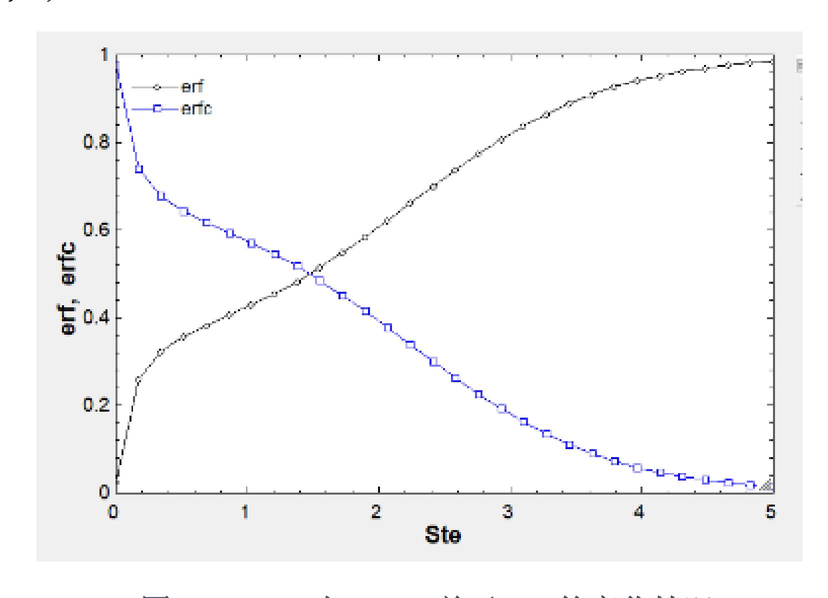


图 3-11 $erf\lambda$与$erfc\lambda$关于 Ste 的变化情况

3.4 蓄热技术[火积]耗散对比

上一节中推导的理想情况与实际情况[火积]耗散模型可作为对比分析跨季节蓄热系统温度品位损失情况（即热量传递的不可逆程度）的有效工具。[火积]耗散水平越高，热量在传递和储存过程中损失的传热能力就越大，那么在取热过程中想要以热源的温度品位回收所有储热量就变得愈发困难。因此，蓄热技术的[火积]耗散水平是选择蓄热技术路径的重要参考因素。

根据理想过程[火积]耗散解析解和表 3-2 列出的蓄热装置设计参数，图 3-12 展示了不同情况下置换式水体蓄热与地埋管蓄热的等效耗散温差δT。实线曲线代表不同蓄热水体容器高度H_{thws}下的δT，所有实线曲线都呈现了随无量纲储热时间τ递减的趋势，并且当H_{thws}越大时，δT越小。虚线曲线则表示了蓄热介质为不同地质类型时的等效耗散温差，所有曲线都呈现随时间递增的趋势。两类蓄热装置在储热过程的动态等效耗散温差变化情况上出现明显区别，本质原因是蓄热原理不同。在理想的置换蓄热过程中，热量仅通过分子热扩散从热部向冷部传递并逐渐形成厚度越来越大的斜温层，而斜温层厚度增长速率与$\sqrt{t}$线性相关，而在置换速率恒定的情况下，流体置换的总量与t线性相关。从实际角度，可理解为热的扩散速度比具有恒定速度的线性流体置换速度慢“1/2 幂次”，因此随着时间的增加，热传导导致的[火积]耗散总量与累积的蓄热量相比则变得越来越不显著，所以实线曲线都呈现随时间递减的趋势。

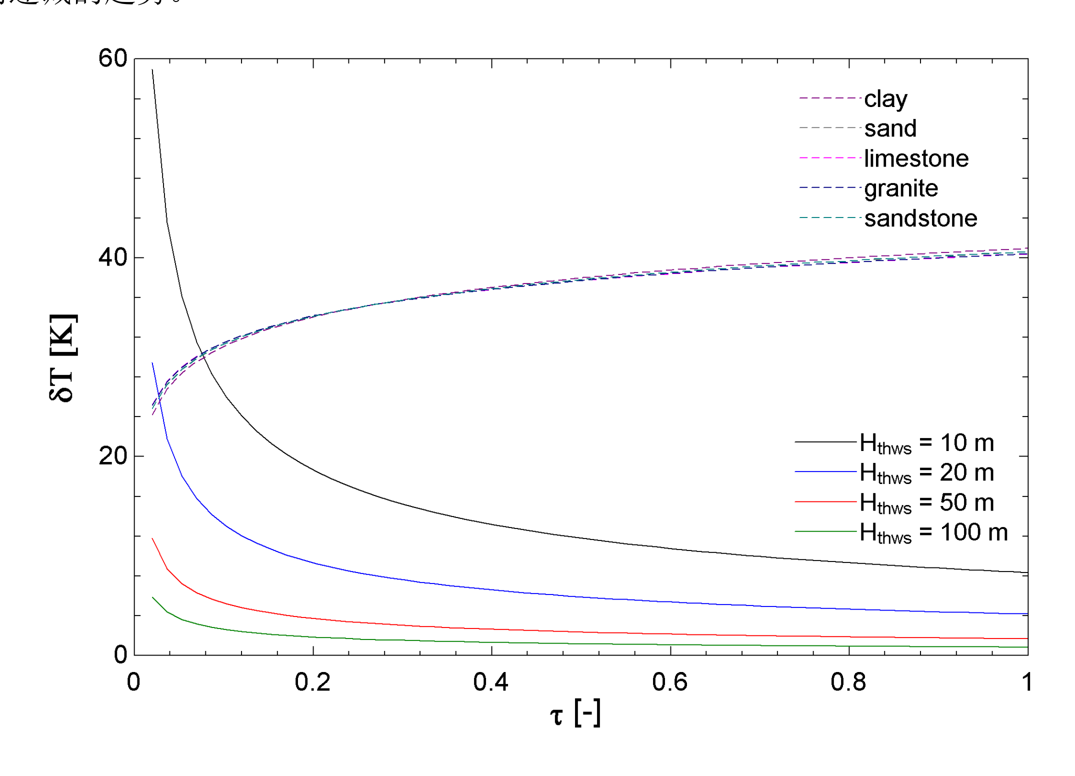


图 3-12 置换式水体蓄热（实线）与地埋管蓄热（虚线）等效耗散温差对比

相比之下，地埋管蓄热的等效耗散温差从大约 25 K 增加到约 40 K，原因是地埋管壁面温度逐渐升高后，与蓄热土壤平均温度的温差越来越大。等效耗散温差也可视作驱动蓄热土壤介质温度提升的传热温差。与理想置换蓄热不同的是，热传导本身就是地埋管蓄热技术实现储热效果的本质机理，而在置换蓄热中热传导仅是伴随蓄热过程产生的“副作用”。对于跨季节蓄热技术来说，储热或取热阶段的总时长可长达半年，那么水体置换蓄热在理论上就具备了[火积]耗散水平更低的优势。

表 3-2 置换式水体蓄热与地埋管蓄热[火积]耗散对比使用参数

<table>
<tr><td></td><td>水体置换蓄热</td><td colspan="4">地埋管蓄热</td></tr>
<tr><td>Common design and operational parameters</td><td colspan="5">Temperature: $T_{h,in}=T_{g}{}_{r=r_{bh}}^{t=t_c}=90°C$; $T_{c,ini}=T_{g0}=20°C$; $\Delta T^{t=t_c}=70\ K$
Total theoretical thermal storage capacity: $Q_{tes}=4500\ GJ$;
Charging period: $t_c=180\ d$</td></tr>
<tr><td>Specific design parameters</td><td>Total hot water storage volume: $V_{thws}=1.54\times10^4\ m^3$</td><td colspan="4">Borehole depth: $L_{bh}=1.7\times10^3\ m$
Heat injection rate: $q'=\frac{Q_{tes}}{L_{bh}\cdot t_c}=233\ W/m$</td></tr>
<tr><td>Parameters as variables for case study</td><td>Height of storage container:
$H_{thws}=10, 20, 50, 100\ m$
Aspect ratio of 0.12 to 3.9</td><td>Ground type</td><td>Thermal conductivity [W/(m·K)]</td><td>Volumetric heat capacity [MJ/(m^3·K)]</td><td>Thermal diffusivity [10^6 m^2/s]</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Thermo-physical properties of storage material</td><td rowspan="5">Water:
Thermal conductivity:
0.6 W/(m·K)
Volumetric heat capacity:
4.18 MJ/(m^3·K)
Thermal diffusivity:
$1.43\times10^{-7}\ m^2/s$</td><td>clay</td><td>1.7</td><td>3.4</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>sand</td><td>2.4</td><td>2.9</td><td>0.83</td></tr>
<tr><td>limestone</td><td>2.8</td><td>2.4</td><td>1.17</td></tr>
<tr><td>granite</td><td>3.4</td><td>3</td><td>1.13</td></tr>
<tr><td>sandstone</td><td>2.3</td><td>2.8</td><td>0.82</td></tr>
</table>

图 3-12 中还表明了，在容器体积保持不变的情况下，蓄热水体容器高度H_{thws}越高并且截面积越小的装置的[火积]耗散水平越低，这是因为在理想情况下，[火积]耗散仅由冷热交界横截面上的热传导引起，那么截面积越小的装置自然置换速率越高、热传导通量越小。对于地埋管蓄热，可看出虽然五种不同地质类型的热导率和热扩散系数相差了 1~2 倍，但它们的等效耗散温差曲线基本一致，这也说明了蓄热介质热物性并非影响[火积]耗散的关键因素。总体而言，在理想过程中水体置换蓄热的等效耗散温差较小。

但是，在比较实际过程[火积]耗散水平时，就需考虑蓄热水体中冷热掺混导致的不可逆热扩散效应。根据式(3-50)中湍流热扩散系数的物理意义，可定义热量传

递倍率系数（N_{mix}）为：

$$N_{mix} = \frac{\overline{\alpha}_{eff}}{\alpha_w} \quad \textbf{(3-82)}$$

那么，在N_{mix}较大时，就会提高水体置换蓄热的[火积]耗散水平。那么，为设计选取一个等效耗散温差水平低于地埋管蓄热的水体置换蓄热装置，就必须维持置换速率u_0高于特定阈值，u_0的表达式见式(3-83)：

$$u_0 = \left(ln\frac{2\sqrt{\alpha_g t}}{r_{bh}} - \frac{\gamma}{2}\right)\sqrt{\frac{2\alpha_w N_{mix}}{\pi t_c}} \Big/ ln\frac{3\sqrt{\alpha_g t}}{r_{bh}} \quad \textbf{(3-83)}$$

图 3-13 展示了N_{mix}为 5~100 时，u_0阈值的变化情况；随着冷热掺混效应的增强，水体置换蓄热装置需要采取更高的置换速率来补偿由掺混引起[火积]耗散。例如，当$N_{mix} = 100$时，水体置换蓄热装置在时长为 120 天的储热过程中需维持最低 0.00024 m/d 的垂直置换速率，才能使[火积]耗散水平小于地埋管蓄热；当$N_{mix} = 5$时，该阈值要求就降低至约 0.00005 m/d。需要注意的是，此处的[火积]耗散水平对比仅针对蓄热介质中展开，并且地埋管蓄热装置仅考虑一根管束的理想情况。

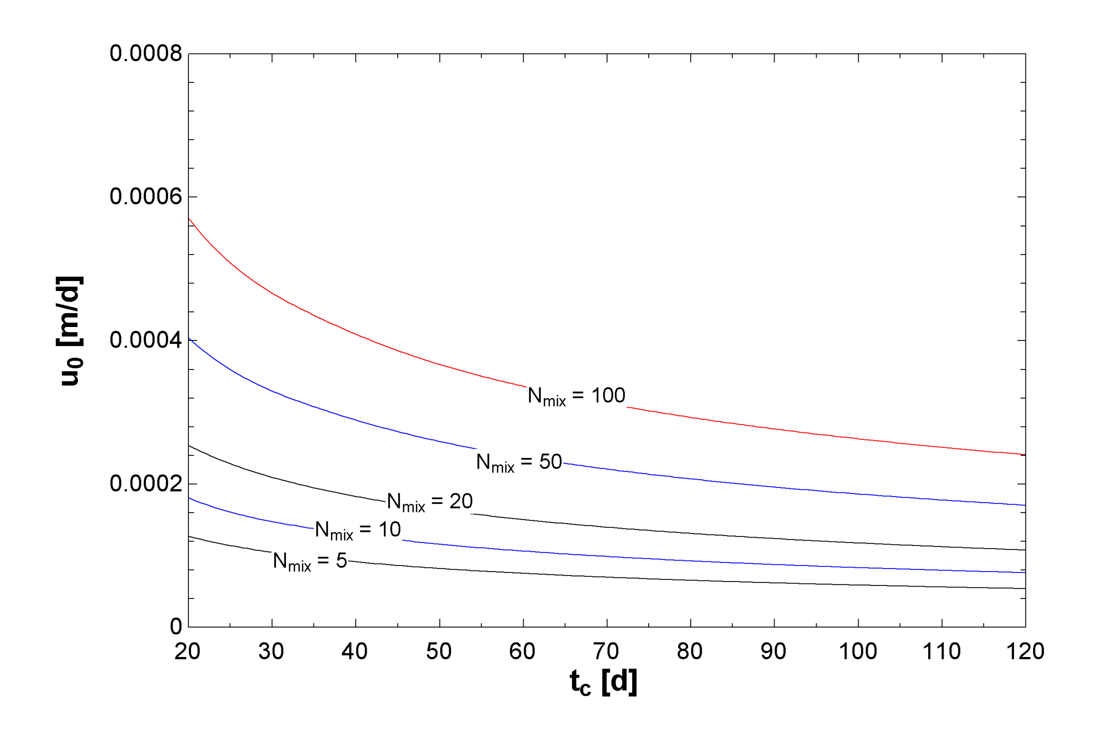


图 3-13 不同热量传递倍率系数（N_{mix}）下的临界置换速度（u_0）

尽管以上[火积]耗散对比方法存在很多理想化的假设，但多出于简化实际蓄热过程复杂传递现象的考量。本研究提出的基于[火积]耗散和等效耗散温差的热量传递不可逆评价方法可作为替代[火用]效率参数和评价框架的方法，在分析具体蓄热装置损失特性的问题上具备数理基础和计算可行性。

从定性的角度，表 3-3 给出了置换式蓄热和传热式蓄热的特点对比。在定性对比的基础上，我们需要定量地对两类蓄热装置的储、取热速率以及蓄热介质内部的[火积]耗散进行对比，才能更全面地理解蓄热装置的运行特点，并针对特定的应用场景选择储、取热速率可按需求调节、并且温度品位损失小的蓄热方案。

表 3-3 蓄热原理再分类与特点对比

	置换蓄热	**导热蓄热**
蓄热原理	储热介质的储存器	换热流体和储热介质之间的蓄热式换热器
储、取热速率	由换热流体的置换速率$\dot{V}_f$决定：$\dot{Q} = \rho c_p \dot{V}_f \lvert T_{in} - T_{out} \rvert$	由换热流体与蓄热介质间的换热情况，以及蓄热介质内部热量传递速率（热阻）决定：$\dot{Q} = UA\lvert T_f - T_s \rvert$ 依靠牛顿定律决定热量传递速率，极具地提高流量反而会增加"不匹配程度"，(epsilon-NTU)模型，取出来的热的温升程度很小，基本属于废热。
蓄热介质内部热量传递的[火积]耗散	储热流体的冷、热部接触处的掺混导致[火积]耗散，交界面扰动较小时[火积]耗散则较小	固体显热储热通过热传导实现，当热阻和温度梯度存在时就有[火积]耗散，[火积]耗散一般较大
热量运输环节[火积]耗散	不需要换热流体与蓄热介质之间的热量输送环节，[火积]耗散较小	换热流体和储热介质之间存在换热温差，换热过程不匹配程度搞高时[火积]耗散也高

从评价方法的创新点上看，目前的文献中对于瞬态[火积]耗散的分析[火积]分析已在稳态换热过程地优化研究中得到了广泛地应用；然而，对于瞬态换热过程和流体的[火积]耗散分析却仍十分有限，并且瞬态[火积]耗散分析也尚未被应用在跨季节蓄热系统的研究中。因此本研究创新性地建立了基于瞬态[火积]耗散解析模型的蓄热装置不可逆特性评价体系，以开展对不同跨季节蓄热技术热学性能的分析与比较。

从本节中的[火积]耗散计算分析发现，相对于地埋管蓄热，水体置换蓄热在长周期、跨季节运行条件下展现了更低的耗散水平，因为其等效耗散温差随储热周期增长而减小。但是，该结论的前提是蓄热水体内部需维持低强度的冷热掺混。如果我们要确定以发展理想情况下[火积]耗散水平更低的储热水池为首要的跨季节蓄热技术路径的话，就需要对蓄热水体内可能出现的流动、传热现象进行全面深入的研究，并且分析温度分层水体内可能出现的各类冷热掺混现象及其对应的[火积]耗散强度。

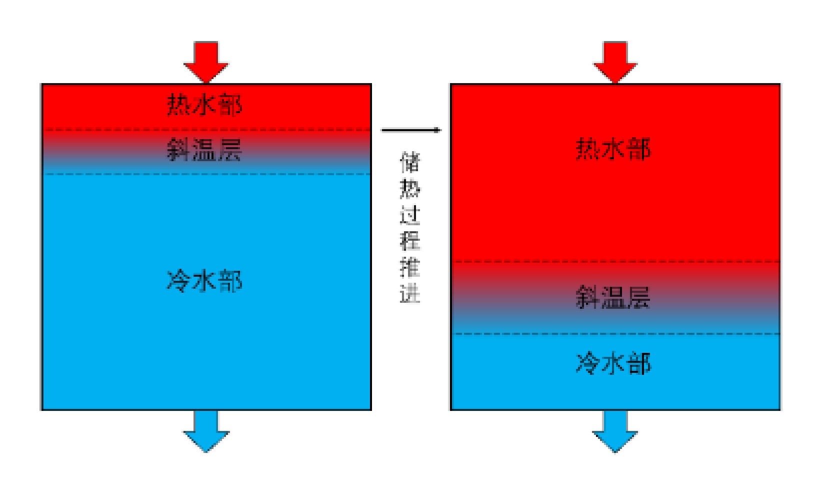
4.蓄热水库的流动传热现象

蓄热水库的工作原理便是依靠冷热水之间置换式的流动实现热水的储蓄与排出，本章将论述蓄热水库工作过程相关的各类流动、传热现象，并给出基本的物理模型。

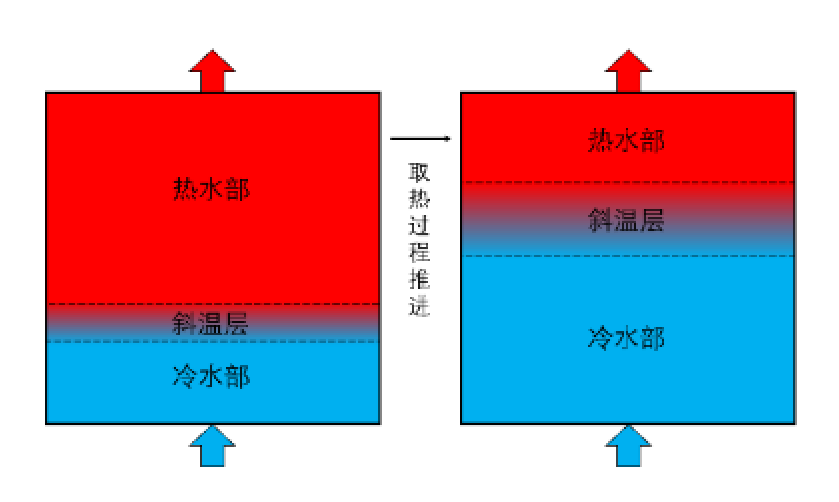
4.1 蓄热水体基本特征

冷热水置换过程的本质是呈现连续特性的、具有温差的流体的宏观机械运动。进入水库的水与原本存放于水库中并等待排出的水存在密度差异，较冷的水体密度更大，而较热的水体密度较小。此温差会引发重力（浮力）驱动流，也称为二元温差异重流，因此垂直方向的冷热水置换可借助重力实现重新分层，避免冷热水体之间的完全混合，见图 4-1，这也是斜温层蓄热装置（thermocline thermal energy storage）的基本原理。这种流动会导致水库中的水体自然形成一个较冷的下层和一个较热的上层，形成温度分层。在分层系统中，垂直方向上的流动需要消耗能量（如泵耗等），而水平方向上的流动则不需要；因此，分层水体中的流动往往在水平方向上延伸很远，同时受限于狭窄的垂直层。

冷热水体通过进出口进入或离开水库，常规蓄热水罐或丹麦蓄热水体主要采用进出水水管结合布液器的设计，而大型水库主要采用河道入流、侧堰取水、分层取水建筑物等方式。蓄热水库首要的目的是将储蓄的热量以尽量低的[火积]耗散水平和尽量少的热损失储存在水库中。因此，蓄热水库理想的运行情况时冷热水之间形成界面明显的分层，并且进、出水过程不破坏水体的分层。



（a）储热过程



（b）取热过程

图 4-1 斜温层蓄热过程示意图

蓄热水库内的温差异重流问题是一个动态过程，受到多种因素的影响，如水库的结构、进出口的位置、水流速度等。在实际工作过程中，水库内的温度分布和流动特征会随着时间而发生变化，不存在一个稳态工况。在设计和优化蓄热水库时，需要充分考虑这些动态因素并全面地分析冷热掺混发生的情况、原因和强度，并以尽量减少冷热掺混为目标设计蓄热水库的形体与流动方案。蓄热水库的设计难点在于准确地预测水库内部的流动模式和传热过程。除了宏观受迫流动之外，水体与周围环境存在换热过程，也会继发导致自然对流等现象。主要传热过程包括（1）水体表面的蒸发过程；（2）水体向周边包围土壤或保温材料的传热过程（以导热为主）；（3）当存在地下水流时也会出现对流换热的情况。

水体内部存在温差，因此也有热量传递的过程，以垂直方向（重力方向）的热量传递为主；当水体水平方向上存在温度不均的情况时，也会发生自然对流直至温度均一。一般的扩散理论中，通常假定扩散质的存在不影响流体的流动特性；然而蓄热问题中流体热压分布不均时会导致自然对流，即热量（温度）分布会对流动情况产生显著的影响，因此必须考虑流动和传热过程的耦合过程。下文中，第 4.2 章节将讨论流动过程及相关基本方程，第 4.3 章节将讨论传热过程及相关基本方程。

4.2 基本流动过程

4.2.1 流体运动方程

基于连续介质假设，可把流体的物理量作为空间坐标和时间坐标的连续函数，再采用流体微团的视角使用偏微分方程等数学分析工具构建分析流体受力和能量输送的模型。表述流体运动状态的主要物理量为速度$\boldsymbol{v}$（矢量），影响运动状态的物理量包括压强p（标量），和两个耦合的标量参数：密度ρ和温度 T。

流体力学中描述流体运动的方法有拉格朗日法和欧拉法，其中后者更为常用。在直角坐标系下，流场可以用$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(x,y,z,t)$表示。由于蓄热过程是一个非稳态过程，因此需要重点关注流体微团的速度对时间的变化速率。在研究流动过程中流体内部的应力和形变时，还需要详细地解构三维速度分量在空间和时间维度上的分布与变化情况。流体力学中的运动方程表示为关于应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 的形式，应力张量是一个描述流体内部应力的量，它包括了流体受到的正应力（压力）和剪应力。在流体力学中，通常使用 Navier-Stokes 方程来描述流体的运动。这些方程描述了流体速度随时间的变化，同时考虑了压力、粘性作用以及外部作用力（如重力）等因素。

如果想要将运动方程（The equation of motion）表示为关于应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 的形式，可以通过引入牛顿粘性应力张量来将粘性项表示为应力张量的形式。在这种情况下，运动方程将包括应力张量 $\boldsymbol{\tau}$ 来表示流体内部的应力，并将方程与流体速度和密度等其他物理量联系起来。这种表示方法有助于深入了解流体内部的应力分布以及它们如何影响流体的运动。

虽然在蓄热水库问题中我们需要考虑温度对流体密度的影响，但其密度差较小，可采用布辛涅斯克近似（Boussinesq approximation）：只保留密度变化在重力项上的作用。因此，将水体视作不可压缩流体（$\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0$）、并且假设密度$\rho$和运动粘滞系数$\mu$为常数时，可得流体的运动方程为：

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt}=-\nabla p+\frac{\mu}{\rho}\nabla^2\boldsymbol{v}+\boldsymbol{F} \tag{4-1}$$

其中，$\boldsymbol{F}$为每单位质量流体的质量力；当无其他外力作用时$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{g}$。$\nabla^2$为拉普拉斯算符，当粘性力作用在流体时，速度较快的流体层会向速度较慢的流体层传递动量，从而减小速度梯度，因此$\nabla^2\boldsymbol{v}$的物理意义为粘性力对流体的运动的影响。

对于理想流体，粘性力的影响可以忽略（$\nabla\cdot\tau=0$），运动方程可进一步简化为式(4-2)。虽然现实中并不存在没有粘性的流体，但是在很多流动情况中，粘性力并不是主要影响流动情况的因素，因此可以忽略。水库通常是大尺度的工程结构，流体的速度相对较低，粘性效应相对较小。此外，粘性对整个系统的影响通常不是主要的关注点。在蓄热水库问题中，当忽略湍流、边界层、和界面不稳定性对整体流动的影响时，理想流体假设可以成立，此情况下 Peclet 数和 Richardson 数主导，就不考虑粘性。如果是 Reynolds 数和 Richardson 数主导流动时，就需要考虑粘性力的影响。

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt}=-\nabla p+\boldsymbol{g} \tag{4-2}$$

地球自转引起的惯性力（即科里奥应力，Coriolis force）也会对蓄热水库的流动情况产生影响。科里奥应力在流体动力学方程中的表现形式是一个与速度矢量垂直

的加速度项，这意味着科里奥利应力并不改变流体的速度大小，而只是改变流体的运动方向。当蓄热水库的水域面积较小时，可忽略科里奥应力对流动的影响，那么将能蓄热水体内部的冷热水置换过程在宏观尺度上可视作无旋运动。对于较大的湖泊或蓄热水库，有时也要考虑科里奥应力的作用，其效应可由罗斯比数（Rossby number, Ro）和埃克曼数（Ekman number, Ek）衡量，它们分别衡量惯性力与粘性力相对于科里奥利力的重要性。一般情况可使用罗斯比半径L_R（Rossby radius）界定流体中科里奥利效应与其惯性力相互作用的重要性，大致上，当罗斯比半径大于或接近湖泊或水库的最大宽度或长度时，则需要考虑科里奥利力的影响。由式(4-3)推算出，位于北纬 40°的蓄热水库在斜温层厚度为 2m、蓄热温差为 70 K 时，罗斯比半径约为 76.7 米，这意味着超大型蓄热水库需要考虑科里奥利效应对流动情况的影响。

$$L_R = \frac{c}{f} = \frac{\sqrt{(g' H)}}{2\,\Omega\, sin(\varphi)} \tag{4-3}$$

旋转流体相对运动的微分方程(Cooper and Rajkovich , 余常昭 1992)即可表示为：

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + \boldsymbol{v}\cdot\nabla\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + g - \omega\times(\omega\times r) - 2\omega\times\boldsymbol{v} + \frac{\mu}{\rho}\nabla^2\boldsymbol{v} \tag{4-4}$$

其中，$\omega\times(\omega\times r) = -\nabla(\frac{1}{2}\omega^2 r'^2)$为离心惯性力项，$-2\omega\times\boldsymbol{v}$为科里奥利惯性力项。离心惯性力项可以与压强项合并考虑，即可以$\nabla(p-\frac{1}{2}\rho\omega^2 r'^2)$*代替*$\nabla p$，和无旋流动一样处理。

以上基本方程并未涉及湍流（紊流）特性的影响。然而在蓄热水库中，水体流动过程由于速度差的存在，必然会形成剪切层并发生多种类型的湍流，如进出水口附近的射流边界上即是由紊动涡旋与周围流体交错形成的不规则面、冷热分层交界面上由于剪切不稳定性形成的剪切紊动、靠近水体底部或侧边的边界层内的湍流等。湍流会产生大量的涡旋和扰动，并具有极强的不规则性，其极不规则的流动的最小空间尺度和最小时间尺度都远大于分子热运动的运动尺度，这导致湍流运动中热量、动量、质量等物理量的传输效率远大于层流运动，因此冷热水之间的掺混强度也大于层流情况。

另一方面，湍流脉动也会导致流体动能向内能的耗散。因此，需要基于湍流不规则运动这一随机过程中随机变量的统计特征建立湍流的运动方程和能量方程。比如，用$\boldsymbol{v}'$表示速度$\boldsymbol{v}$在湍流中的涨落分量（或称脉动分量），脉动的平均值为 0（$\langle v'\rangle = 0$）；该关系式也可描述温度、密度、压力等物理量的脉动：

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \langle\boldsymbol{v}\rangle \tag{4-5}$$

$$p' = p - \langle p \rangle$$

$$T' = T - \langle T \rangle$$

$$\rho' = \rho - \langle \rho \rangle$$

对于不可压缩湍流，包含脉动项的 N-S 方程可写作：

$$\frac{\partial v_i'}{\partial t} + \langle v_j \rangle \frac{\partial v_i'}{\partial x_j} + u_j' \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 v_i'}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j}(v_i' v_j' - \langle v_i' v_j' \rangle) \quad \textbf{(4-6)}$$

其中$\langle v_i' v_j' \rangle$为雷诺应力项，不可压缩流体的$-\rho\langle v_i' v_j' \rangle$称为雷诺应力（一共有 9 个分项），表示的是湍流所产生的动量传递。基于连续性假设，需要求解不可压缩流体的雷诺应力传输方程才能完整解出速度场，但是工程问题中无法实现对雷诺应力的直接求解。

湍流能量方程描述机械能传递、扩散、耗散的过程。$k' = \frac{v_i' v_i'}{2}$为脉动动能，$k = \frac{1}{2}\langle v_i' v_i' \rangle$为平均脉动动能或湍动能。湍动能的运输方程为：

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t} + \langle v_k \rangle \frac{\partial k}{\partial x_k}}_{c_k} = \underbrace{-\langle v_i' v_k' \rangle \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_k}}_{P_k} \underbrace{- \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\langle p' v_k' \rangle}{\rho} + \langle k' v_k' \rangle - \nu \frac{\partial k}{\partial x_k}\right)}_{D_k} \underbrace{- \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_k} \frac{\partial v_i'}{\partial x_k} \right\rangle}_{\varepsilon} \quad \textbf{(4-7)}$$

在蓄热水库问题中，我们重点关注温度T的变化情况，属于湍流运输问题，温度标量运输方程为：

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \langle v_j \rangle \frac{\partial T'}{\partial x_j} = -v_j' \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_j} + \kappa \frac{\partial^2 T'}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (v_j' T' - \langle v_j' T' \rangle)}{\partial x_j} \quad \textbf{(4-8)}$$

如式(3-44)所示，温度标量运输的封闭关系式为：

$$-\langle v_i' T' \rangle = \alpha_t \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i} \quad \textbf{(4-9)}$$

其中α_t为湍流热扩散系数（eddy diffusivity），它并非物性系数，而是基于湍流运输现象提出的描述湍流运动状态的现象学参数。标量运输方程必须和运动方程联立才能求解。

因此，需要采用紊流模型（turbulence model）求解紊流的基本方程组以及其雷诺应力项，再联立标量（温度）运输方程才能求解蓄热水库的非稳态温度场，进而实现水体动态温度变化的动态模拟。目前主要有三种方法：（1）直接数值模拟（direct numerical simulation，简称 DNS），这种方法对所有尺度的湍流运动进行数

值模拟；（2）雷诺平均数值模拟（Reynolds-Averaged Navier-Stokes，简称RANS），对湍流的平均速度场、平均标量场、平均作用力进行模拟；（3）大涡模拟（large eddy simulation，简称 LES），仅对大尺度脉动进行数值模拟。RANS 是工程问题中主要使用的模型，可分为零方程（Boussinesq 涡粘性模型、Prandtl 混合长度模型等）、一方程（k 模型）、二方程（k-ε模型、k-ω 模型、RNG k-ε 模型等）和多方程等模型。对蓄热水库流动情况进行数值模拟时，应主要考虑使用 RANS 模型。

下文将针对自然分层流动、布液与取水方式、水平分区流动三个方面分析蓄热水库的流动特点即具体控制方程。

4.2.2 自然分层流动

蓄热水库中会自然地形成温差异重流，当分层情况较好时，冷热水之间会出现明显的分界面，而当掺混较严重时，冷热水之间的分界面逐渐转变为有连续密度梯度的分层流体，此时分界面将不再明显。出于重力作用，由于温差导致的密度差主要在铅垂方向，水体因而形成一些列垂直向排列的水平层次。例如在储热过程中，热水由上方进水口进入水库后，在浮力的作用下向匹配的密度层中进行水平铺展。若没有较强的铅垂方向动量的话，流体就会被限制在水平层内。当冷热水密度差为 10 K 时，相对密度差$\Delta\rho/\rho \approx 0.003$；即使当蓄热水库以极限冷热水温差（70 K）运行，相对密度差也仅为0.02左右。由于流体密度变化较所选参考密度小，密度变化在考虑惯性项时可以忽略，但在重力项中必须包括。基于 Boussinesq 近似并假设密度随温度线性变化，见式(4-10)，N-S 方程即可由式(4-11)表示，其中α为热膨胀系数，ρ_0和T_0分别为参考点密度和温度。

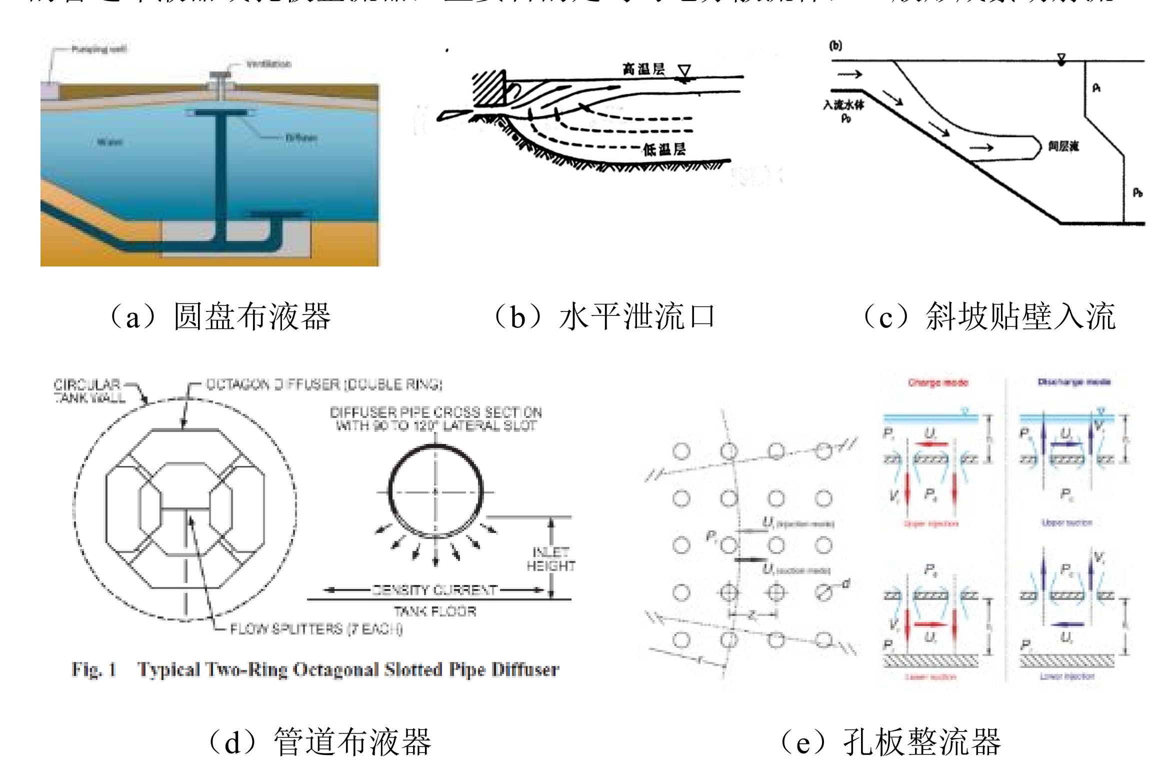
$$\rho = \rho_0 - \alpha\rho_0(T - T_0) \tag{4-10}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla(p - \rho_0\boldsymbol{g}\cdot z) + \nu\nabla^2\boldsymbol{v} - \boldsymbol{g}\alpha(T - T_0) \tag{4-11}$$

4.2.3 布液与取水方式

蓄热水库需要通过布液装置将热水或冷水输送至水体中，布液所造成的流动现象可能造成射流（Jet）、浮力羽流（Buoyant Plume）、浮射流（Buoyant Jet）等不同流动方式。射流、浮力羽流和浮射流之间的主要区别在于驱动它们运动的主导力。动量射流主要受惯性力驱动，浮力羽流主要受浮力驱动，而浮射流则受惯性力和浮力共同驱动。由于蓄热应用是一个非稳态的过程，因此要分别考虑出流口被淹没之前和被淹没之后的流态。图 4-2 汇总了一些常见的布液方式，可分为水平方向入流和垂直方向入流两类。水平方向入流的方式包括丹麦深坑蓄热体常用的圆盘布液器设计、冷却池常用的水平泄流口设计、以及水库中借助于自然河道形成的斜坡贴壁

入流。圆盘布液器和水平泄流口的入流一般为浮射流形式，斜坡贴壁入流由于动量较小，主要形成浮力羽流的形式。在大型蓄热水罐中，一般采用采用 H 型或圆环形的管道布液器或孔板整流器，主要目的是均匀地分散流体，一般形成紊动射流。



（a）圆盘布液器　（b）水平泄流口　（c）斜坡贴壁入流

（d）管道布液器　（e）孔板整流器

图 4-2 常见布液方式：水平方向入流（a-c）；垂直方向入流（d-e）

浮射流（或可称作受迫羽流）是射流和浮力羽流的结合体。它通常发生在流体从一个开口流出并在周围流体中传播时，流体同时受到动量和浮力的影响。浮射流在速度和动量方面表现出射流的特点，但同时也受到密度差异和浮力的影响，这是一种介于射流和浮羽流之间的情况。惯性力可由动量表征；惯性力和浮力的比例对射流运动起决定性作用，这两种力的强弱关系可由密度弗劳德数Fr_d衡量，Fr_d趋近于无穷大时，射流流态为动量射流，Fr_d等于零时，流态成完全的浮力羽流模式。流量大、并且流速也大的情况下，布液可能形成射流。射流的特点是其速度远高于周围流体，同时具有明显的速度剖面变化；射流中惯性力起主导作用，而浮力通常不是主要影响因素。实际工程的流态中多为湍射流。当射流和射入流体之间的温差所形成的浮力和卷吸后的密度变化不足以对射流结构形成影响时，仍可按等密度射流理论进行分析。浮力羽流是指由于密度差引起的流体上升或下沉现象，浮力羽流的速度和混合程度通常较射流低。

布液方式不同，主导的驱动力和伴随的扩散效应也不同。因此，需要根据具体布液方式判定流扩展的范围和非等温情况。动量积分方法求解射流问题是工程上最常用的方法。对于预测浮射流掺混强度这一问题，可使用积分类型的分析，并假设相似性，可以在无环境流的均匀或密度分层环境中预测喷射轨迹、宽度和稀释比。

对于在蓄热水库应用中关注的浮射流掺混问题，模型建立方法为沿射流轴线方向建立单位长度射流的卷吸流量方程（见式(4-12)，其中α_{entr}为卷吸系数），并联立连续性方程、动量守恒方程、密度差通量守恒方程等方程，求解浮射流中的速度、密度分布及迹线等物理量。

$$Q_e = 2\pi b \alpha_{entr} u_m$$

$$\frac{dQ}{ds} = Q_e \tag{4-12}$$

蓄热水库的取水方式除了与布水方式相同的圆盘取水器、管道取液器之外，还可参考水库分层取水建筑物的设计方法提出针对大流量情况的取水方案。在水库工程中，春季灌溉时期，宜从水库表层取温度较高的水而不是底层的冷水，因此需要采用破坏温度分层或分层取水的方法。根据水流特点将其分为四种：多层取水口、溢流式取水口、管型取水口和控制幕取水(黄永坚 1986)。按水力学特性，可分为堰流和孔流两种流态，见图 4-3。





（a）石门水库侧堰取水方式



（b）石门水库取水塔

图 4-3 堰流与孔流取水方式示意图

在孔流取水口附近，由于集流作用，会形成较低的压力区(钱宁 1957)，对于下层冷水有抽吸的作用，使得冷水高度局部升高，见图 4-4。预测出流处的掺混情况时，需要充分考虑这种抽吸效应。

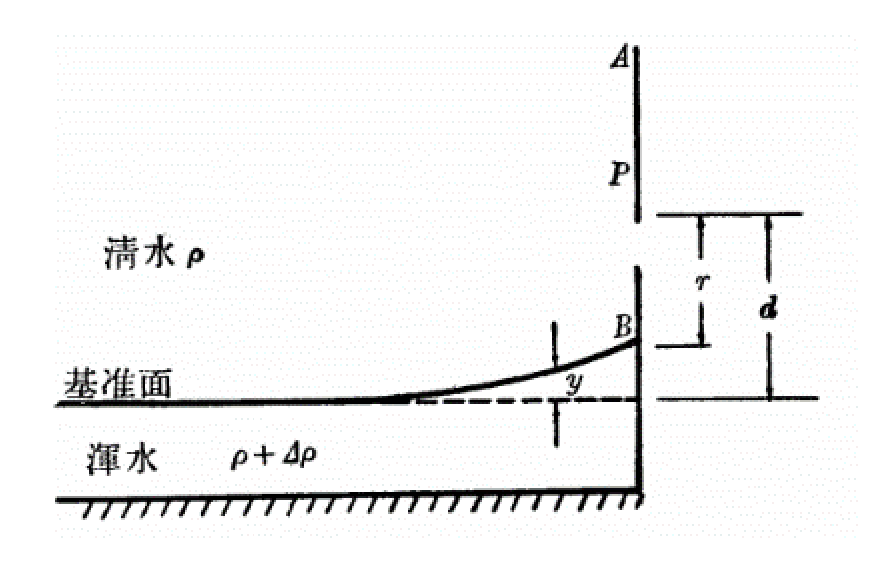


图 4-4 异重流孔口出流示意图(钱宁 1957)

4.2.4 水平分区流动

蓄热水库的水域面积较大，因此可能存在入流的水平铺展问题；另一方面，当冷热水体之间的热量传递总量与交界面积呈正相关关系，水域面积过大即意味着冷热掺混发生的面积范围过大，引发冷热掺混强度过大的问题。为了解决这个问题，可采用水平分区的方式将蓄热水库分为数个水域横截面积较小的水体，当分区数为N_{hor}时，那么单个分区内冷热水的实际交界面积就会变为 $1/N_{hor}$，水平分区的示意图见图 4-5。

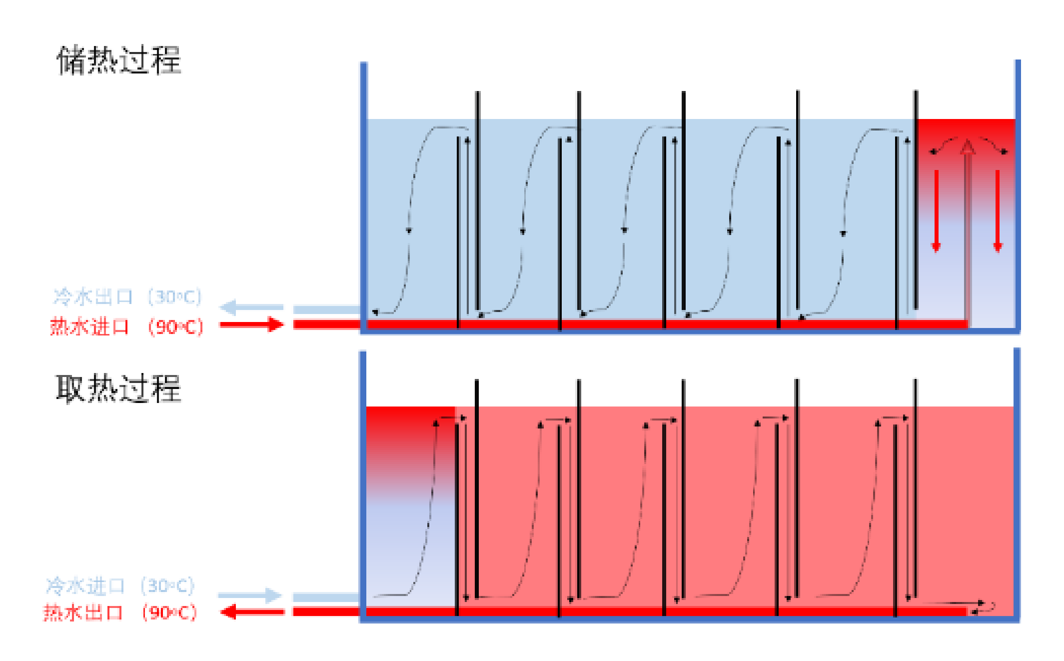


图 4-5 水库蓄热纵向隔断的储热与取热过程

然而，在水平分区设计中，隔断墙附近的进出水口的卷吸与挟掺过程、以及双墙体内部的通道，都会发生宏观流动尺度的冷热掺混，这是该设计相较于单一分区设计的劣势。表 4-1 对比了单一分区和水平分区在各掺混形成因素上的优劣对比，包括出水口卷吸、进水口挟掺、通道内部掺混、剪切不稳定性及热传导五项因素。定性上来看，如果后两项降低的掺混效应多于隔断墙卷吸和内部通道掺混增加的掺混效应的话，那么水平分区设计对蓄热水库整体冷热掺混的优化即是有效的，分析该问题需要使用动态全域的蓄热水库数值模型。

表 4-1 蓄热水库单一分区和水平分区的优劣对比（红色表示优势）

掺混形成因素	单一分区	水平分区
出水口卷吸	仅有一次，发生在末寒期	每个隔断墙附近
进水口挟掺	仅有一次，发生在初寒期	每个隔断墙附近
通道内部掺混	无此过程	每个隔断墙内部
剪切不稳定性	扩散范围大，系数高	扩散范围局限于单一分区
热传导	导热界面截面积大、耗散大	导热界面截面积小、耗散小

由于设置水平分区会导致出水口卷吸、进水口挟掺和通道内部掺混等一系列因素引发更严重的掺混，因此k_{eff}也可以表示为水平分隔数的函数：$k_{eff} = g(N_{hor})$，等效耗散温差即可表示为：

$$\delta T(N_{hor}) = \frac{\Delta T}{u}\sqrt{\frac{2\alpha_w}{\pi t}} = \Delta T\frac{\sqrt{g(N_{hor})}}{N_{hor}}\cdot\sqrt{\frac{2\bar{\alpha}_{eff}}{u^2\pi t}} \quad \textbf{(4-13)}$$

那么，计算$\delta T(N_{hor})$关于水平分区数N_{hor}的导数就可以大致确定水平分隔的设计方向：如果综合平均的等效热扩散系数$\bar{\alpha}_{eff}$（或是热传导系数$\bar{k}_{eff}$）是水平分隔数(N_{hor})的一次方函数，那么水平分隔数越多的话，单位储热量的[火积]耗散就越小；如果是三次方函数，则设置越多的水平分隔则会导致[火积]耗散更大，见图4-6。

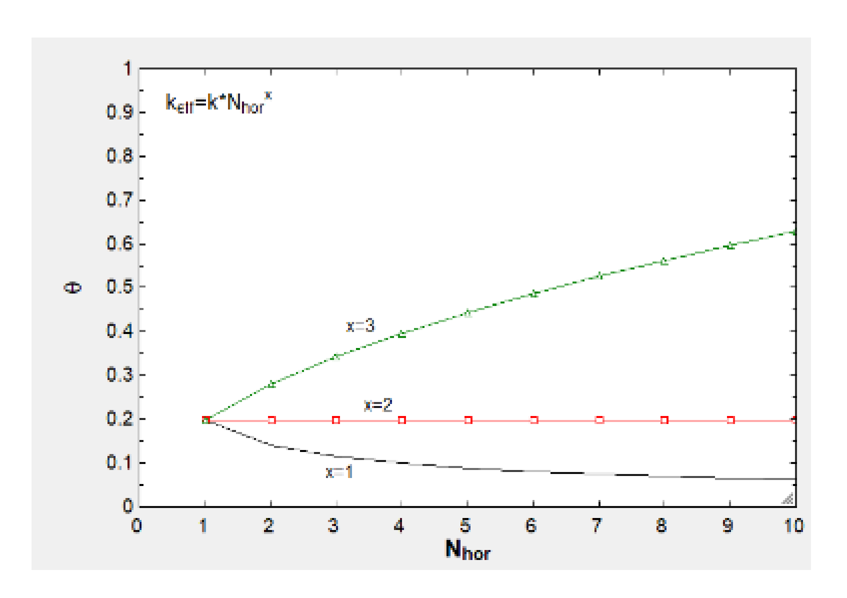


图 4-6 水平分区数对等效导热系数的影响情况

因此，确定蓄热水库分区设计方案的关键问题还是研究水体内冷热掺混的现象、强度、以及对应的[火积]耗散水平。

4.3 基本传热过程

传热过程可分类两类：一是蓄热水体与边界外的环境发生的热交换，包括对土壤、空气等环境介质的散热过程，这些传热过程会造成储热量的损失和热效率的降低，以及[火积]损失；二是在蓄热水体内部热量从热部向冷部的传递过程，其结果是[火积]耗散和[火积]效率的降低。

内部的传热过程本质是热量从含量多（温度高）处向含量少（温度低）的区域发生扩散，扩散现象可以分为两类：分子扩散（Molecular diffusion），即热传导，和湍流扩散（Turbulent diffusion），后者的传递速率要比前者大几个量级。还有另一种热量整体搬运的方式，即对流（Advection），这也是水库蓄热、斜温层罐式蓄热等基于冷热水置换的蓄热原理。

4.3.1 水体表面散热

蓄热水库的水面与空气存在耦合的传热（对流换热）传质（蒸发）现象。蓄热水库表面一般设有保温顶盖，因此太阳的短波辐射对水面温度的影响较弱、可忽略不计，但普通的湖泊和水库表面散热需要考虑辐射效应，一般用综合水面散热系数K_l描述三种不同换热机制整体的热交换速率，见式(4-14)，式中的 n 为修正系数。湖泊与水库的水面蒸发是由强迫（风驱动）对流和自由（浮力驱动）对流共同导致的。在自然水面（即无废热输入）上，强迫对流占主导地位，特别是当表面蒸发较强时，表层水的冷却会导致逆温层的形成并引发上层水域出现垂直向湍流(Ryan, Harleman et al. 1974)。

$$q_l = K_l A(T_s - T_E)^n \tag{4-14}$$

对丹麦深坑蓄热装置热损失的估算结果表面，总热损失中约有 60%来自于水体顶部(Xie, Xiang et al. 2021)，因此施加保温顶盖是提高蓄热系统热效率的关键措施之一。该研究估算得蓄热体的综合热损失系数为 0.21 W/(m^2·K)。目前工程上应用的保温顶盖技术主要有混凝土顶盖技术和土工膜浮动顶盖技术两种，后者因经济性更好、施工及维护更方便等原因得到了更广泛的研究与推广。保温顶盖通常使用高分子聚合物作为保温材料，顶盖的底座和边墙通常使用泡沫玻璃。保温顶盖的设计要点是顶盖与蓄热墙体接触处和边缘处需要严格密封，否则蒸发散热量会很高。保温顶盖被冷凝蒸汽浸湿后热损失量会提高至三倍，因此需要在顶盖上加装真空阀来引流蒸汽，防止冷凝水破坏保温材料。图 4-7 所示为一种可行的保温顶盖设计方案，若采用此方案可利用顶盖的承重能力在顶盖表面铺设太阳能光伏板，从而最大化地利用水体表面的空间。

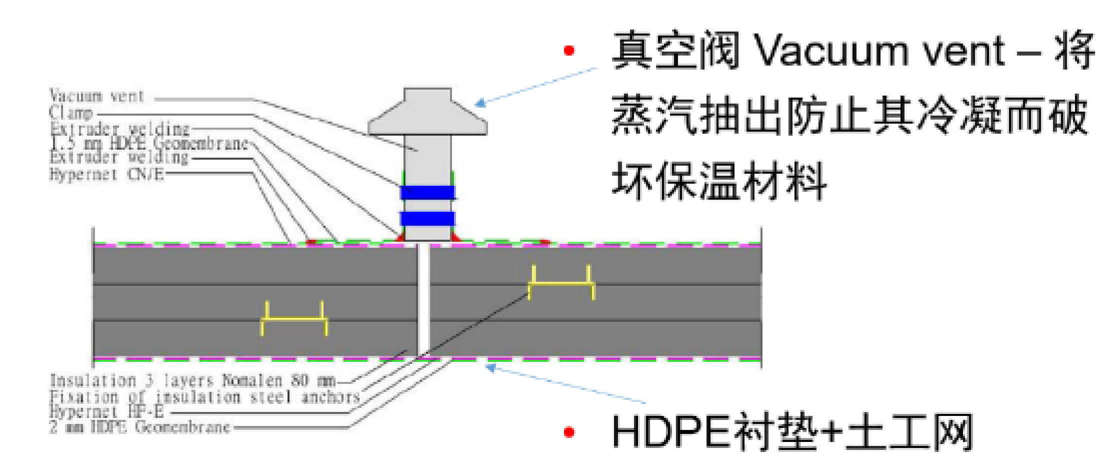


图 4-7 带有真空阀的浮动顶盖设计 (PlanEnergi, 1 et al. 2015)

在设置漂浮顶盖的情况下，由于短波辐射导致的散热量（$\phi_{br} = 0.97\sigma T_0^*$）可

忽略不计。采用真空阀设计时，计算蓄热水库的水面散热系数需要考虑到以下与湖泊表面散热问题不同的边界条件：

（1） 湖面湿空气的抽取：当不使用真空阀时，由于保温顶盖的密闭效应，湖面上的湿空气会处于或接近饱和态，因此蒸发速率将处于较低的水平。但使用真空阀时湖面空气湿度将维持在一个较低的水平，相当于水面有受迫对流持续地带走湿空气，水面蒸发速率也随之升高。如果没有真空阀的话，保温材料会被湿空气冷凝后形成的水分浸湿，导致导热系数上升至原来的三倍以上（如 Studsvik 蓄热体中，保温材料浸湿后上升至 0.24 W/(m·K) (Heller 1997)）。

（2） 高温水体表面导致的自然对流：由于水体表面的温度很高（70~90ºC），可视作一个被加热的平板，那么水面上方的空气就会被持续地加热并升腾，在被保温顶盖阻碍并冷却后，形成细胞流（cellular flow）的自然对流情况。因此不可忽略自然对流对蒸发散热速率的影响，考虑到真空阀对水体表面空气的抽取，需考虑自然对流与受迫对流并存的混合对流传热（combined free and force convection）。

（3） 保温顶盖的阻隔作用：保温顶盖可避免水体上方湿空气与环境空气直接接触，因而降低了水面处的风速和对流换热系数；并且其极大地增加了水面向环境空气传热的热阻。

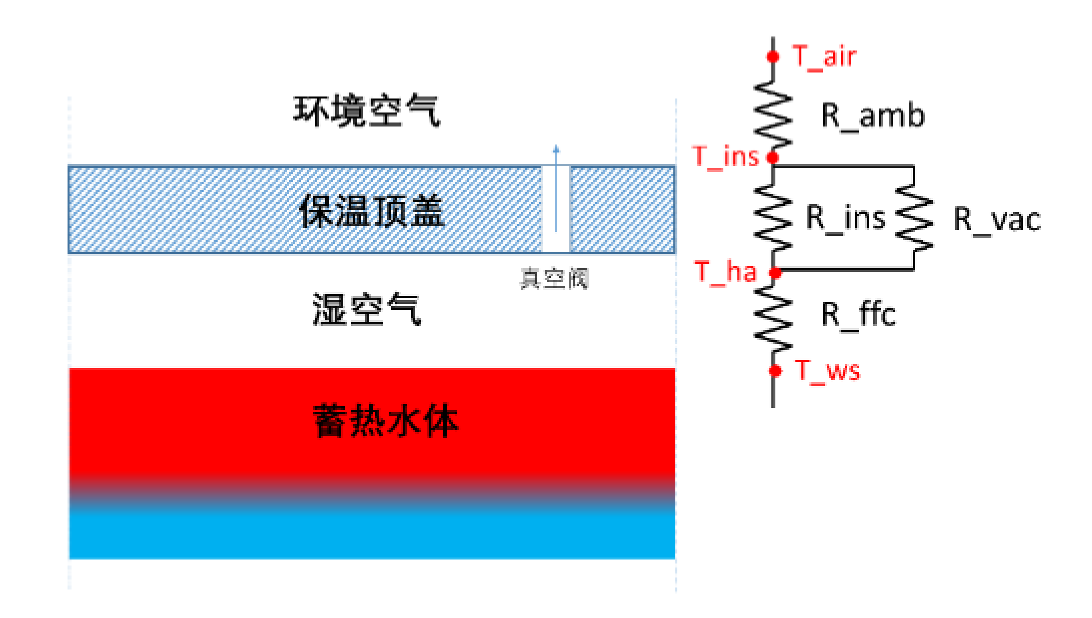


图 4-8 水体表面散热热阻网络图

(Ryan, Harleman et al. 1974)给出了计算冷却池表面散热率的通用公式，见式(4-15)：

$$\phi_L = \phi_e + \phi_c = [\lambda(T_{sv} - T_{av})^{1/3} + b_0 W_z] \cdot [e_s - e_2 + C(T_0 - T_a)] \qquad \textbf{(4-15)}$$

其中，ϕ_e表示的是蒸发散热通量，计算时需要考虑受迫对流和自然对流的共同作用，自然对流部分可依据 Gr 数和 Pr 数的大小计算：$\phi_{e,free} = \lambda(T_{sv} - T_{av})^{1/3}(e_s - e_a)$；假设温度和湿度边界层相同、传热系数和传质系数相同时，$\lambda = 0.14(LM/RT^*)[g\beta\alpha^2/\nu]^{1/3}$。受迫对流部分需考虑风速$W_z$的影响，常数项$b_0$可取 $3.2\,W\,m^{-2}mbar^{-1}(ms^{-1})^{-1}$。$\phi_c$表示的是导热散热通量，由于导热散热通量与蒸发散热通量相关，可用 Bowen 公式计算：$\phi_c/\phi_e = C[(T_s - T_a)/(e_a - e_z)]$，式中的 Bowen 常数可取 0.61 mbar/ºC(Ryan, Harleman et al. 1974)。(Stolzenbach and Harleman 1971)提出针对存在人工加热表层水湖泊的表面传质系数：

$$f(W_2) = 22.4(\Delta\theta_v)^{\frac{1}{3}} + 14W_2 \qquad \textbf{\textit{(4-16)}}$$

由于水蒸气的密度低于空气，导致了蒸发过程实际加强了浮力作用，因此可定义实效温差——$\Delta\theta_v = T_{sv} - T_{av}$来考虑此效应；$W_2$为 2 米高处的风速（单位：mph）。

对于蓄热水库问题，应根据水体表面温度高导致的传热传质系数的显著变化、保温顶盖施加的密闭和保温效果两项关键因素，重新建立计算水体表面散热率的通用公式。

4.3.2 水体周边散热

影响水体周边散热的因素包括土工膜的防水情况、保温层有效性、地下水情况等。欧洲大型水体蓄热装置的保温结构可分为两类：（1）丹麦深坑蓄热水体，蓄热体积在几万至 20 万立方米不等，仅安装漂浮顶盖，不在水体周边设置保温材料，铺设一层土工膜于深坑底部和周边防止热水渗入土壤（如图 4-9 所示）；（2）德国坑式或罐式蓄热水体，蓄热体积在几千至一万余立方米不等，蓄热水体四周都设置保温结构，并采用土工膜、排水槽等设计防止热水和地下水对保温结构产生影响（如图 4-10 所示）。

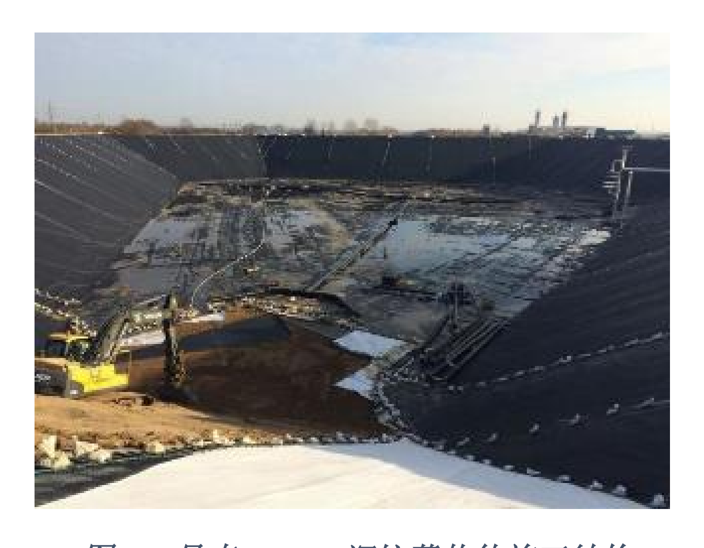


图 4-9 丹麦 Vojens 深坑蓄热体施工结构

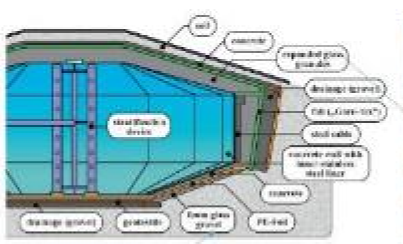






图 4-10 München-Ackermannbogen 蓄热水箱保温材料(Ochs, Nußbicker et al. 2008)

图 4-11 给出了德国坑式或罐式蓄热水体的周边结构，可采用复合墙体的热阻分析方法，将各层结构简化为线性串联的热阻，并考虑各层结构之间的接触热阻（thermal contact resistance）。由于土壤热阻的存在，距水体 10 米远以外的土壤基本不受蓄热体温度变化的影响，因此在一维稳态分析中可将外边界土壤等效为 10 m 厚，并通过各层结构的厚度与导热系数计算实际的热阻，再根据串联热阻的情况计算导热量。

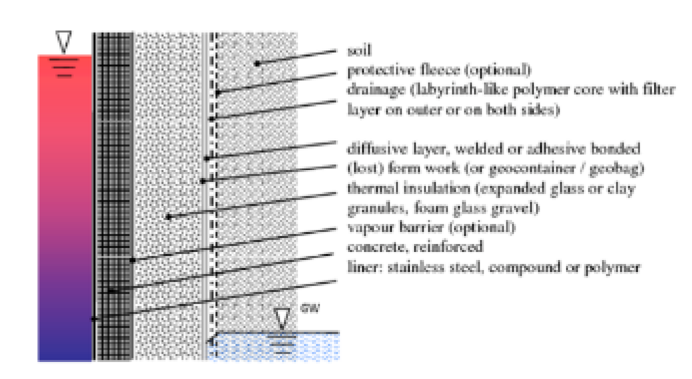
$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,4}}{\sum R_t} \qquad \textbf{(4-17)}$$

使用泡沫玻璃颗粒（expanded glass granule）或泡沫玻璃碎石（Foam glass gravel）保温材料时，可采用多孔介质法估算材料实际的等效导热系数。

$$k_{eff} = [\frac{k_f + 2k_s - 2\varepsilon(k_s - k_f)}{k_f + 2k_s + \varepsilon(k_s - k_f)}]k_s \qquad \textbf{(4-18)}$$

（a）Eggenstein-Leopoldshafen 深坑蓄热

深坑蓄热Eggenstein - 德国设计



从内到外：

1. 不锈钢或高分子聚合物衬垫
2. 钢筋混凝土板（蓄热墙体）
3. 蒸汽挡板
4. 保温材料（泡沫玻璃碎石等）
5. 保温材料包裹袋
6. 排水槽
7. 保护织物
8. 土壤

（b）Eggenstein-Leopoldshafen 罐式蓄热

图 4-11 德国 Eggenstein-Leopoldshafen 蓄热系统周边保温结构设计 (Ochs, Nußbicker et al. 2008)

4.3.3 水体内部热量传递

水体内部的热量传递过程即是冷热掺混过程。如图 4-12 所示，在自然湖泊的内部热量传递主要有三类过程：（1）湖泊上表层（epilimnion）的垂直掺混和加深；（2）湖泊深水层（hypolimnion）的垂直向与水平向掺混；（3）进、出流导致的卷吸。分析自然湖泊中这些过程的发生机理和影响因素，再结合蓄热水库的工作原理对比具体流动过程的异与同，可罗列出蓄热水库内部热量传递过程的关键因素。总体来看，蓄热水库温度分层的温差更大、强度更强，并且单位蓄水量的进、出水流量高于自然湖泊，蓄水水体置换与更新的速度更快。由于保温顶盖的作用，蓄热水库表面的蒸发、辐射换热过程和风吹效应可能较弱、表面整体的散热量较小。

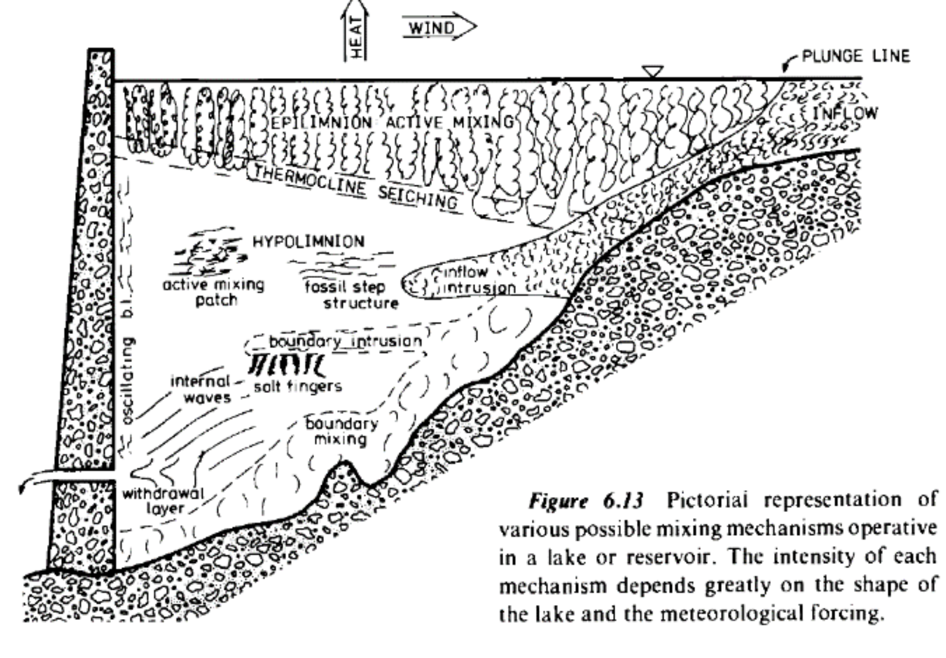


图 4-12 热量内部传递（掺混）机理示意图(Fischer, List et al. 1979)

（1）水体表层掺混。在一些自然湖泊中，冬季时由于表面水体持续空气冷却会形成一层较薄的冷水层，由于逆温层的原因该薄层处于热力学不稳定状态，会形成一股向下的羽流并穿透水体上边层，这个现象称为湖泊或蓄水池的穿透对流（penetrative convection），也会形成翻转的自然对流。不断向下的羽流也会侵蚀斜温层，导致上层混合层厚度的不断增加。在一些湖泊中，由于冬季的表面冷却和湖面风吹导致的水体扰动等原因，会在夏季到来之前形成均匀混合的上表层，见图4-13。

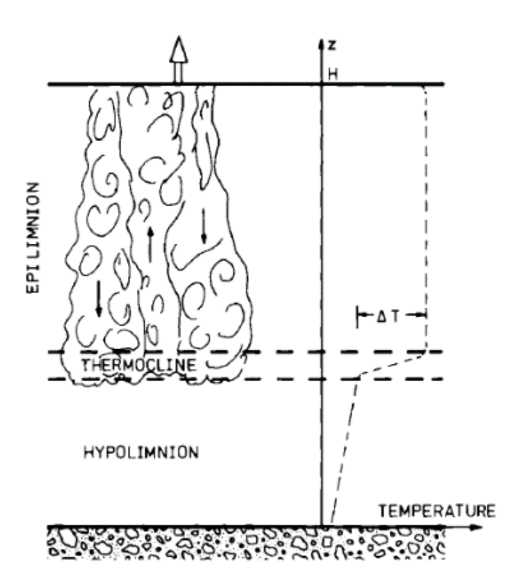


图 4-13 湖泊表示层、斜温层、深水层示意图 (Fischer, List et al. 1979)

湖面冷却的速率可表示为$\tilde{H}$（单位：W/m）。在不考虑水体粘性力的情况下，湖面冷却导致的自然对流会由于水体收缩的原因导致湖泊整体的势能降低，速率为$\frac{dP}{dt}=-\left(\frac{\alpha g h\tilde{H}}{2C_p}\right)$，也会导致卷吸下层冷水时势能的增加：$\frac{dP}{dt}=\alpha g\Delta T\rho_0(h/2)(dh/dt)$；混合层增加的动能为$dK/dt=\frac{1}{2}C_T^f\rho_0 u_f^2(dh/dt)$，其中$u_f=(\frac{\alpha g H\tilde{H}}{C_p\rho_a})^{1/3}$为羽流状自然对流的速度。考虑内部的能量损耗速率$\Phi$，可根据$dK/dt=-(dP/dt)-\rho_0\Phi$得出能量平衡方程的最终表达式：

$$(C_T^s u_f^2+\alpha\Delta T g h)\frac{dh}{dt}=u_f^3(1-\frac{2\Phi}{u_f^3}) \tag{4-19}$$

其中，$C_T^s\approx 0.5$，可计算出一段时间dt过后上表层加深的高度dh，也可计算出上表层由于湖面冷却作用后的平均温度：

$$\frac{dT}{dt}=\frac{-\tilde{H}}{C_p\rho_0 h}-\frac{\Delta T}{h}\frac{dh}{dt} \tag{4-20}$$

蓄热水库的工作过程中需要控制冷热水垂直向流动，因此与自然湖泊中的流动

情况不同，进出流可能会极大程度地影响表层水温。在丹麦深坑蓄热水体设计中（如 Dronninglund），一般设置 3~4 个高度不等的进出水圆盘分水器，分别应对不同温度分布下的分层取水情况。如图 4-14 所示，上、中两个出流分水器分别位于水体表面和距水体表面约 4.5 m 处，采用上、中分水器布水时流态分为表面出流和淹没出流，在这两种不同的情况下，表面冷却形成的自然对流对上水域整体流态会产生不同程度的影响。

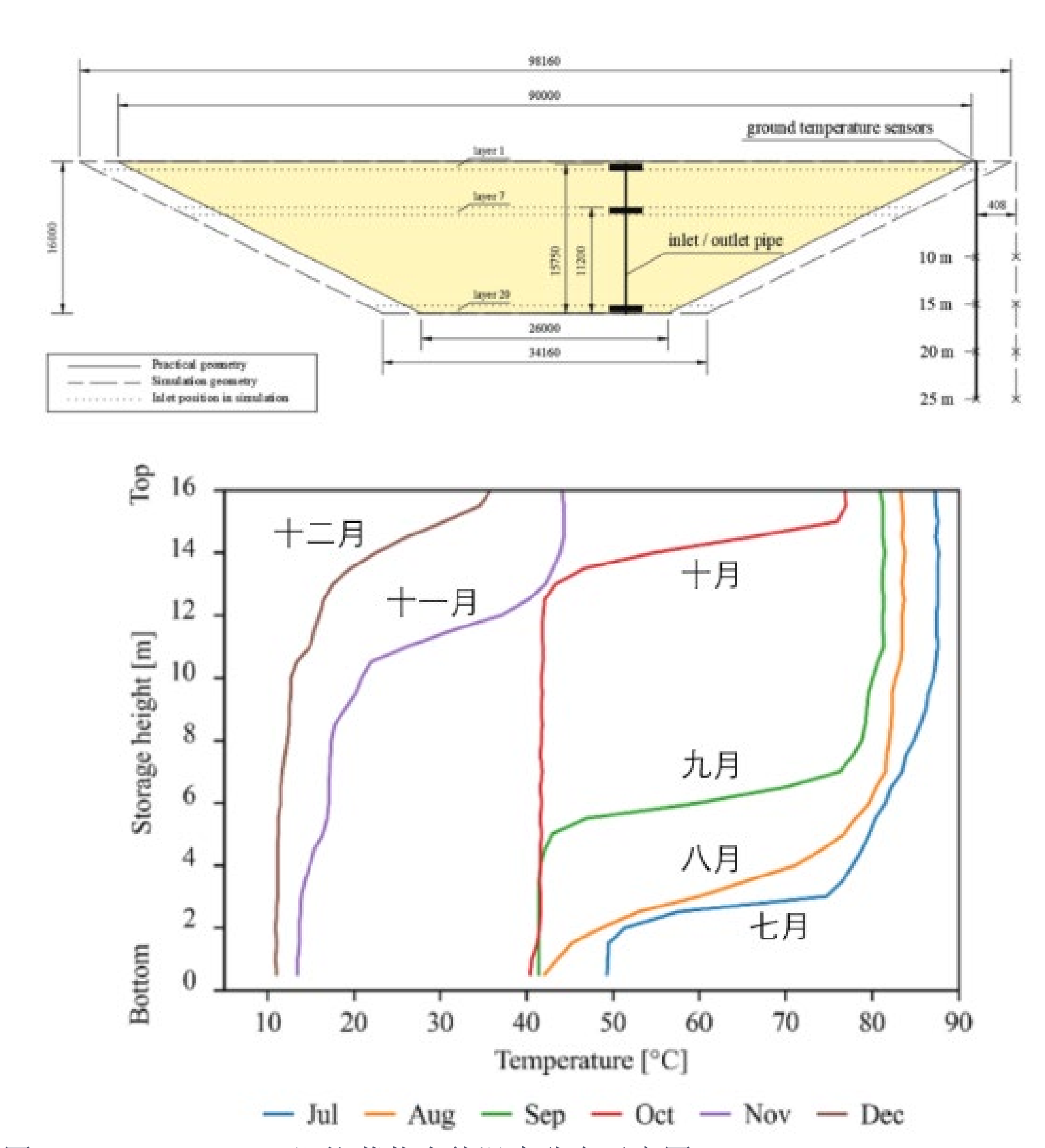


图 4-14 Dronninglund 深坑蓄热水体温度分布示意图(Sifnaios, Gauthier et al. 2023)

图 4-15 列举了储热、取热过程中表面出流和淹没出流的冷热交界面示意图，需要强调的是，储热、取热过程是一个动态过程，图 4-15 所示仅为分层界面抵达上层分水器时的情况，即储热刚刚开始和取热即将结束的情况。在淹没出流情况下，热水出流会形成浮射流升至水体自由面，在表面冷却的共同作用下，自然对流加强，形成掺混程度更高的上表层。在表面出流情况下，水平向的射流动量将主导流动，并对自由面的温度产生直接影响。由于分水器持续的排出热水，水表散热无法形成

累积的效应，因此受迫对流为主导的效应。

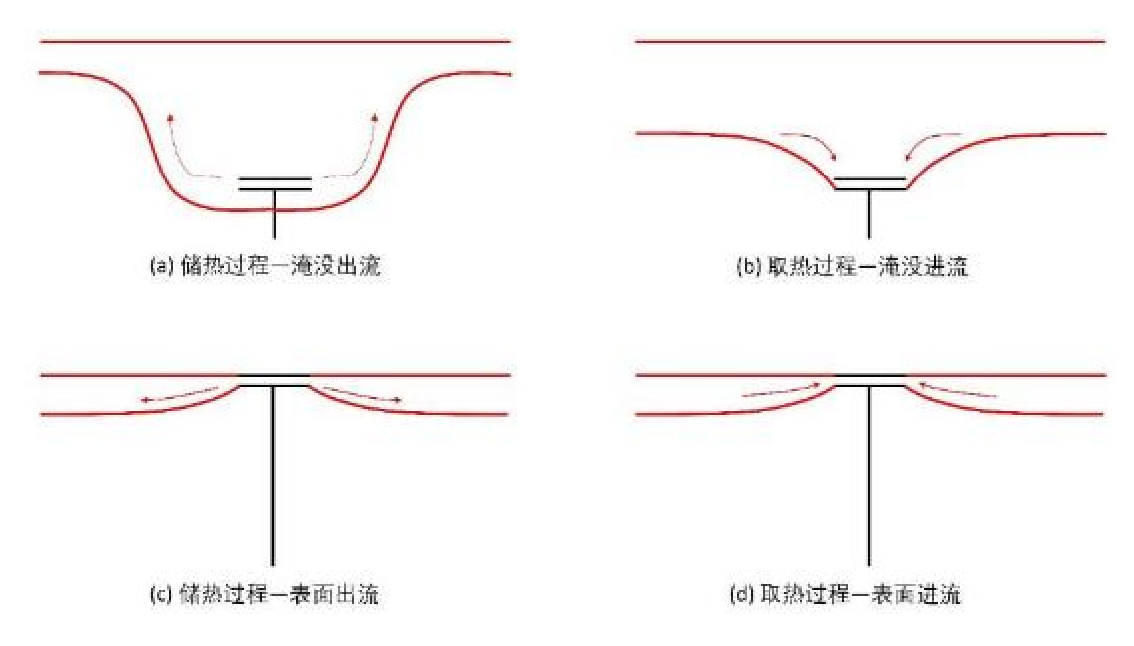


图 4-15 进出流方式影响示意图

（2）深水层掺混。在湖泊深水层中，稳定的斜温层会发挥“保护盖”的效应，使得下方的水体不受上方扰动的影响，因此深水层一般会形成一个温度梯度较小且均匀的温度分层（图 4-13）。深水层中，热量的垂直扩散系数的变化范围较大，最小时即为分子扩散系数（表示无垂直向湍流掺混效应），最大时可达 $10^{-4}\ m^2/s$（约为分子扩散系数的10^3倍）。在强风或进、出流流量较大时，扩散系数通常会更高。并且扩散系数通常会随着 N（浮力频率，也代表分层强度）的增加而减小。对扩散系数与 N 的关系已经有许多形式的相关性研究；式(4-21)表示了扩散率和浮力频率的关系式，其中 n 的值随湖泊的形状和流动状况变化，范围为 0.2～2.0。垂直掺混发生的长度尺度受湍动能扩散率和浮力频率的约束：$l/H = \epsilon^{1/2}/HN^{3/2}$。

$$\varepsilon_z = a(N^{-2})^n \tag{4-21}$$

尽管深水层总体来说处于稳定的状态，但也会由于间歇地局部动能引入，而爆发一些局部掺混。一旦输入的动能被耗尽，掺混过程会在浮力和粘性耗散的作用下迅速平息；因此，掺混过程是局部性、间歇发生的。在一些中小型湖泊中，边界掺混的作用明显。水体底层的粗糙度一般为 0.01～0.2 m，会形成湍流边界层。

5. 蓄热水库的冷热掺混机理

基于上一章节中流动与传热现象的基本描述，本章节将深入分析各内部热量传递，即冷热掺混的物理机制和参数模型，并根据模型和现有研究结果定量地论述冷热掺混的实际强度和对蓄热水库温度分布的具体影响。

冷热掺混机制发生的尺度可分为三类：热传导发生在分子层面（纳米级），紊动掺混的最小涡流尺度一般在毫米级，而卷吸效应则是宏观流动效应，尺度在米级。要在流动数值模拟中综合地考虑所有掺混机制比较困难，目前也还未有研究能从以上掺混机制入手，“自下而上”地研究在超大规模蓄热水体冷热掺混可能发生的所有情况，也未有研究采用[火积]耗散等分析手段量化实际掺混过程对水体内部热量传递不可逆程度。总的来说，跨季节蓄热水体（特别是超大规模的水体）的冷热掺混研究还处于起步阶段。

本章将先讨论流动传热现象涉及的各种力的强弱关系衍生的无量纲分析原则，这是宏观尺度的讨论范畴。对于微观尺度的涡流导致的冷热掺混，则从能量平衡和能级耗散的角度分析动能、势能、内能的相互转换关系和速率，并讨论冷热掺混现象的具体形式。

5.1 蓄热水库的传输现象

5.1.1 传递现象的强弱关系与无量纲数

湖泊和蓄热水库内部的流动和传热过程确实本质上是质量、动量和能量的传递现象。因此，可以使用无量纲数来描述这些现象之间的相互作用。无量纲数在流体力学中的出现是一个普遍现象，例如在质量、动量和能量传输现象中，主要通过各种传输机制中有效扩散率的比值来分析这些经典无量纲数。六个无量纲数表示了流体运动的惯性力、粘性力、热传导、重力（浮力）运输等不同现象的相对强度。

表 5-1 描述蓄热水库流动现象的无量纲数

雷诺数 Re 数	表示惯性力与粘性力之间的强弱关系，用于描述流体的流动状态
弗劳德 Fr 数	表示惯性力与重力之间的强弱关系，用于研究波动现象
普朗特 Pr 数	表示动量扩散与热扩散之间的强弱关系

佩克莱特 Pe 数	表示热对流与分子热扩散之间的强弱关系
瑞利 Ra 数	在自然对流问题中，表示浮力与粘性和热传导之间的强弱关系
格拉晓夫 Gr 数	表示浮力与粘性力之间的强弱关系，用于自然对流问题
理查逊 Ri 数	代表浮力与惯性力效应之比，理查逊数愈大，浮力的影响愈重要

在质量、动量和能量传输现象中，主要通过各种传输机制中有效扩散率的比值来分析这些经典无量纲数。表 5-2 给定的无量纲数是左列量与上行量之比（例如 Re 为惯性力和粘性力的相对作用大小。在蓄热水库的流体动力学过程中，Re 数是一个关键的无量纲数，描述了惯性力和粘性力之间的比例。当 Re 数较低时，粘性力占主导地位，流体表现出稳定、层流的特点；当 Re 数较高时，惯性力占主导地位，流体更容易产生湍流。

表 5-2 传输现象对比与无量纲数

	惯性力	**粘滞力**	**热传导**	**重力（浮力）**
惯性力		Re	Pe	Fr_h或Ri_g^{-1}
粘滞力	Re^{-1}		Pr	Gr^{-1}
热传导	Pe^{-1}	Pr^{-1}		Ra
重力（浮力）	Fr_h^{-1}或Ri_g	Gr	Ra^{-1}	

此外，湖泊和蓄热水库中的密度差异也会导致浮力驱动流动，当流动尺度较大时可以忽略粘性力的影响，此时需要考虑无量纲数密度 Richardson 数（Ri_g）或水平弗劳德 Fr 数（Fr_h）来描述浮力和惯性力之间的比例。当Fr_h数较高（Ri_g数较低）时，流动由惯性力主导，浮力的作用较弱，呈射流流态；反之，流动则由浮力主导，呈羽流流态。

需要强调的是 Ri 数和 Fr 在研究宏观流动和内波的情况下定义不同。当流动尺度较小时，需要分析表征重力（浮力）与粘性力的强弱关系的 Gr 数。当浮力作用较大时，流体的粘性效应被克服，自然对流的强度便更大。在自然对流条件下，需要计算由自然对流引发的热扩散速率与分子热扩散速率之间的比例，由 Ra 数表示（$Ra = Gr \cdot Pr$）。另外，需要对比受迫对流和热传导的热扩散速率，由 Pe 数表示。

衡量流体运动过程中动量与热量扩散速率的单位分别为运动粘滞系数（ν）和热扩散系数（α），它们的量纲都是$[L^2/T]$。另一方面，冷热流体整体搬运（也就是

冷热置换过程）的速率也可影响流体团蕴涵的动量或热量的传递速率，只不过这种情况下，热量或物质的输运不再依赖分子（molecular transport of heat）或湍流的运动（eddy transport of heat），而是依赖于流体宏观运动。速度 v 乘以长度尺度 d 就是描述这种对流运输速率的量，量纲也是$[L^2/T]$。从物理意义上，二者相乘就得到了单位时间内流体对热量或物质的输运能力。总得来说，对流（包括自然对流和受迫对流）和扩散（分子扩散和湍流）是两种不同的现象，虽然它们都可以导致热量或物质的输运，但其机制是不同的，描述蓄热水库内部流动与传热现象的本质就是描述热量在不同传输机制作用下的传输速率，而无量纲数正是用于表征不同机制传输速率的比值。

5.1.2 掺混现象的能量守恒原则

分析冷热掺混问题的目标在于提出一种可以量化各类分层水体流动问题的瞬时掺混速率（diapycnal mixing rate）和耗散率（kinematic energy dissipation rate），并将这些速率的变化情况与流动特征的演变联系起来。设定一个流体微元，那么微元边界内的能量转化就可分为以下四种主要方式：（1）浮力流（buoyancy flux）、（2）不可逆掺混（irreversible diapycnal mixing ）、（3）粘性耗散（irreversible kinetic energy dissipation）及（4）传热导致的内能向势能的不可逆转化（irreversible conversion of internal to potential energy）；考虑边界外对微元内部的影响时，还需要考虑对流搬运的效应，见图 5-1。

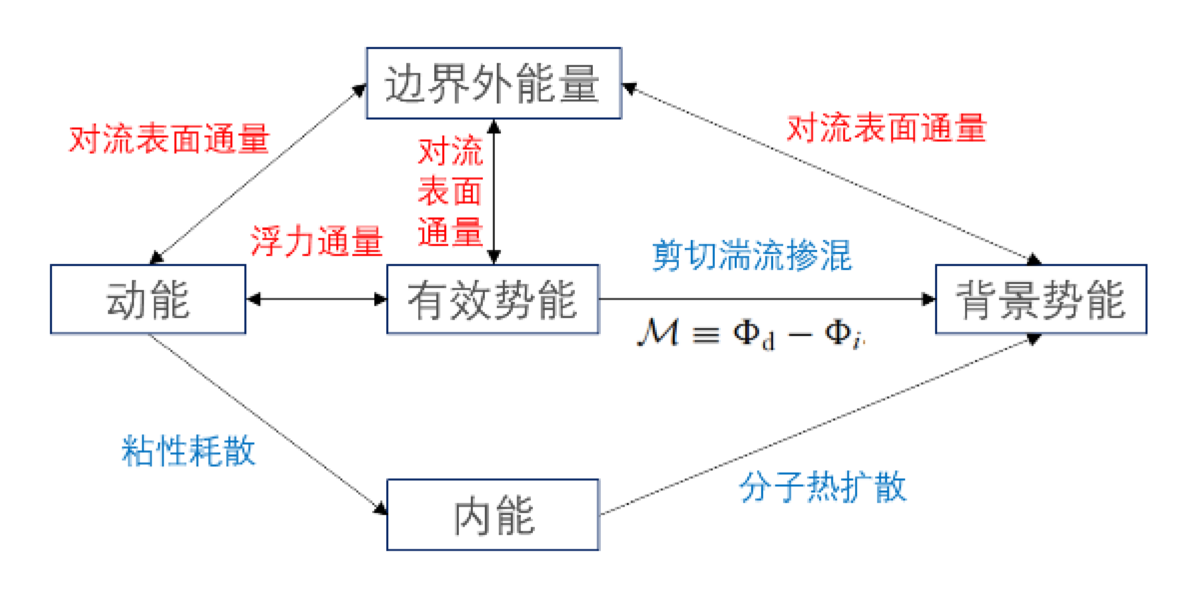


图 5-1 分层 Boussinesq 流掺混过程的能量转化示意（基于(Winters, Lombard et al. 1995)Figure 2 重新绘制）

（1）浮力流。内波是在密度分层的流体中发生的波动现象。内波传播时会引起流体的上下运动，并导致势能与动能的相互转化。根据(Lorenz 1955)的定义，总势能（total potential energy）可分为势能（potential energy）和内能（internal energy）

两部分，势能（E_p）也可分为有效势能（available potential energy）和背景势能（background potential energy）两部分。有效势能（E_a）指的是流体在绝热情况下可通过密度分布重新排列至最小势能状态时可获得的能量；在内波波峰处，动能最大限度地转化为有效势能，在波谷处有效势能则最大限度地转化为动能，这些过程会产生浮力流。当冷热分层是完全垂直向并且稳定（无内波）时，流体蕴涵的势能便无法转化为动能，那么理论上总势能就达到了最小值。在绝热流动下，有效势能和动能之和是守恒的，有效势能的大小完全由密度分布确定。背景势能（E_b）指的是在绝热情况下可通过密度分布重新排列可达到的势能的最小值，$E_p = E_a + E_b$。总势能、背景势能、有效势能的表达式见式(5-1)～(5-3)。

$$E_p = g\int_V \rho z\, dV \tag{5-1}$$

$$E_b = g\int_V \rho z_*(x,t) dV \tag{5-2}$$

$$E_a = g\int_V \rho (z - z_*) dV \tag{5-3}$$

（2）不可逆掺混。可分为分子热扩散和湍流运输导致的掺混。分子热扩散（热传导）就是不可逆扩散的最典型过程之一，即使在静止的流体中也会持续不断地发生。背景势能的变化率与分子扩散率成正比(Lorenz 1955)。对于封闭系统，只有分子混合可以改变密度概率密度函数（Probability Density Function，简称 p.d.f.）、背景状态$\rho(z_*)$和背景势能。搅拌（stirring）是可逆过程，它不改变参考点和 p.d.f.，但是不可逆的掺混过程涉及到参考点的改变，即 p.d.f.发生了变化。如图 5-2（a）与（c）所示，掺混发生后的斜温层（虚线）相较于发生前（实线）厚度变得更大、梯度变得更小，p.d.f 函数也发生了变化。

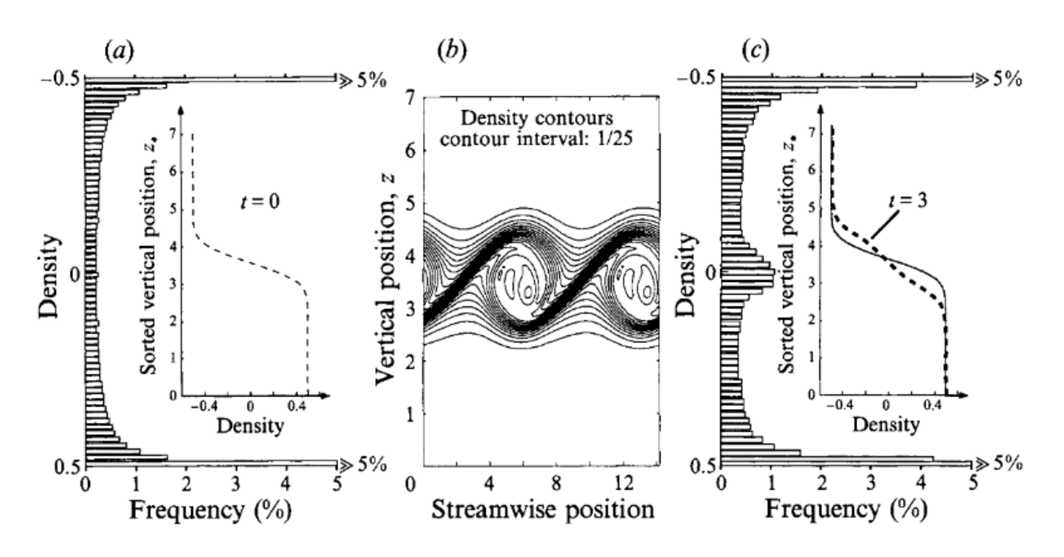


图 5-2 冷热分层系统的密度概率分布（p.d.f）变化示意图(Winters, Lombard et al. 1995)

虽然浮力流及其他湍流搅拌过程（turbulent stirring）本身是可逆的，但是会改变等密面形状，也可能会制造密度梯度更显著的交界面并扩大等密面交界面积等，如此就加强了不可逆掺混强度(Arthur, Venayagamoorthy et al. 2017)。但如果扩散作用不存在（或视作扩散系数为零）的话，那么不论湍流搅拌过程如何拉伸和扭曲整个区域，都不会影响概率密度函数（PDF）的形状，也不会导致不可逆效应(Sreenivasan 2019)。

单独考虑传热导致的内能向势能的不可逆转化过程时，该过程的势能变化率Φ_i可由式(5-4)计算，称为内能向势能转换率的布辛尼斯克形式（the Boussinesq form of the conversion rate from internal to potential energy），其中κ为密度扩散系数，单位为$\frac{m^2}{s}\cdot\frac{m^3}{kg}=\frac{m^5}{kg\cdot s}$。通常$\Phi_i$对分层流体内整体能量平衡的影响较小(Caulfield and Peltier 2000)。如上文所述，总势能的变化率由浮力流导致的可逆变化Φ_z和不可逆变化Φ_i组成（$\frac{d}{dt}E_p=\Phi_z+\Phi_i$），$\Phi_d$代表了由于流体微元内由于等密面掺混而导致的背景势能E_b的变化率（$\frac{d}{dt}E_b=\Phi_d$），有效势能E_a的变化率则需扣除Φ_d与Φ_i之差：$\frac{d}{dt}E_a=\Phi_z-(\Phi_d-\Phi_i)$。

$$\Phi_i=-\alpha gA(\overline{\rho}_{top}-\overline{\rho}_{bottom}) \tag{5-4}$$

$$\Phi_d=\kappa g\int_V-\frac{dz_*}{d\rho}|\nabla\rho|^2dV \tag{5-5}$$

粘性耗散。流体微元蕴涵的动能E_k可由式(5-6)表示，其变化率由对流搬运动能、正应力与切应力导致的总分子动量通量（total molecular momentum flux）：$[\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\pi}]=p\mathbf{n}+[\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\tau}]$(Bird, Stewart et al. 2002)、浮力流导致的可逆动能变化、以及粘性耗散组成，见式(5-7)。

$$E_k=\frac{\rho_0}{2}\int_V(u^2+v^2+w^2)\,d \tag{5-6}$$

$$\frac{d}{dt}E_k=-\oint_S[pu+\rho_0u\tfrac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)-u\cdot\tau]\cdot\hat{n}dS-\int_V g\rho wdV-\epsilon \tag{5-7}$$

总的来说，基于能量平衡分析温度分层流体掺混情况的演变过程可提供一个直观有效的分析框架。将传递过程分为可逆和不可逆的方法可以较为直观地反映其热力学的本质特点，特别是需要区分两类过程：（1）由浮力流产生的势能变化是由动能可逆地转换而来的；（2）由掺混（包括分子热扩散和湍流扩散）导致的势能变化则是不可逆的。需要注意的是，当讨论浮力流时，通常是指通过密度梯度驱动的能量转换，并不涉及具体的掺混过程。

基于此平衡模型，预测掺混发生情况的根本问题就转变为了计算各个转换过程占总能源的比例，比如，湍流动能的变化率中粘性耗散的比例，有效势能变化率

中可逆与不可逆变化的比例等参数。

5.2 宏观流动挟掺

5.2.1 人工布液进流口

采用人口布液设计时，进流口处的掺混程度受到许多因素的影响，包括排放结构的设计、排放的密度浮力弗洛德数Fr_D以及出口附近的水文条件。可按以下几类条件对进流掺混情况进行分类，表 5-3 给出了典型出流流态的分类和示意图：

（1） 按流动形态：可分为层流射流和紊动射流，实际工程中一般为后者；

（2） 周围流体的性质：当入流流体与收纳水体性质一致时，为等密度射流（homogenous jet），不一致时为变密度射流（variable density jet）；

（3） 按射流的惯性力相对于浮力的强弱：动量射流、浮力羽流和浮射流，一般在火电站或核电站冷却池工程中都是浮射流。在蓄热水库的储热过程初期，由于进流与进流口附近的收纳水体温差较大，一般呈浮射流流态。在储热过程后期，冷热交界面远离出流口，出流口附近都是与进流温度差不多的热水，此时流态呈等密度自由紊动射流形式。

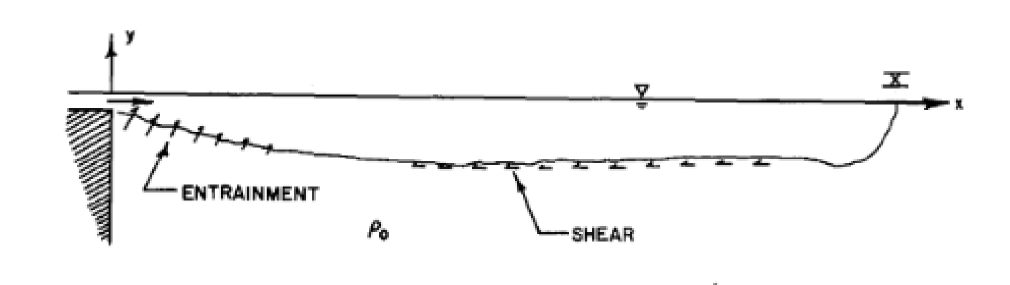
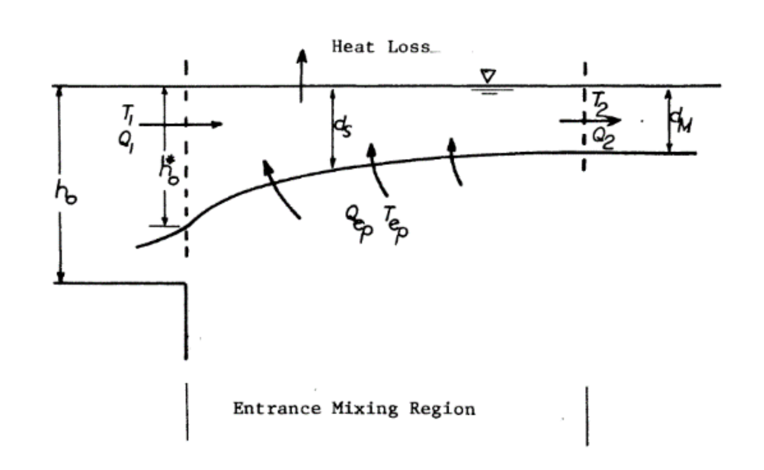
（4） 按受纳水体是否存在分层：当收纳水体的温度分层已比较显著时，浮射流会在到达中性浮力层后再水平扩散开来，浮射流的初始水平动量也得以保持。由于中性浮力层的厚度有限，因此会产生径向压力梯度。初始的水平动量使水层向右漂移，但径向压力梯度足够强大，以至于也能提供一定的向左流动。

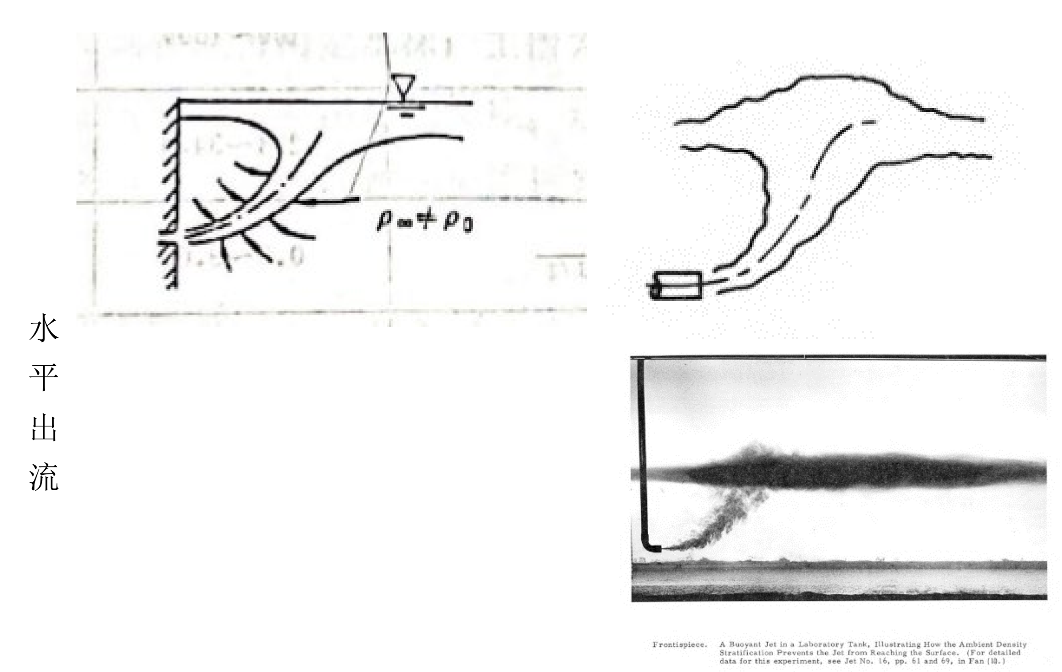
（5） 按边界情况：无限空间（自由）射流、有限空间（非自由）射流包括表面射流；

对于冷热掺混问题，核心目标是研究射流扩散范围内的流速分布和温度分布，工程上主要采用动量积分方法求解射流问题。根据质量守恒和动量守恒原则，浮射流沿程有：

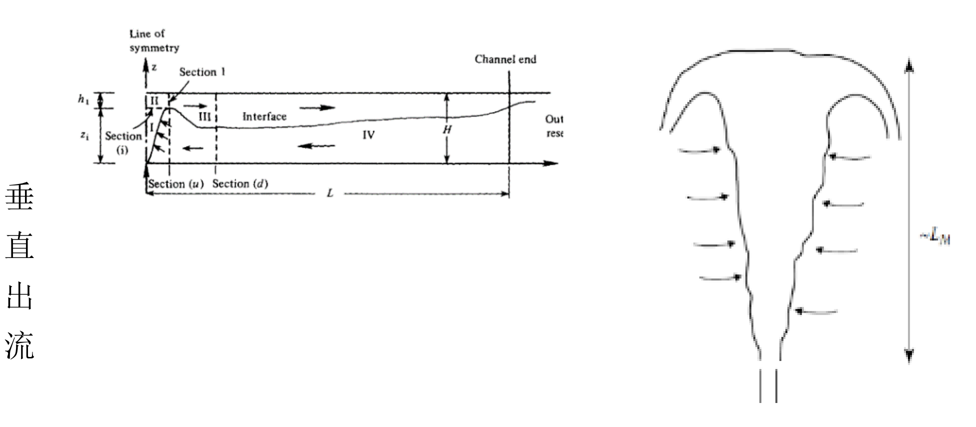
$$\frac{dQ}{ds} = E \quad \text{(5-8)}$$

表 5-3 蓄热水库出流流态分类与示意图

出流位置	出流方向	流态示意图
		
表面流	水平流	 有自由面、表面或小淹没度的水平出流(Stolzenbach and Harleman 1971)



淹没流			
	水平出流	有自由面、大淹没度的水平出流	淹没水平出流，受纳水体已存在分层(Fan and Brooks 1969)



	垂直出流	淹没垂直射流(Jirka and Harleman 1979)	淹没垂直射流、受纳水体已存在分层(Fernando 2012)

Q为湍流区的总体积通量，s为沿迹坐标长度。如图5-3所示，入射角度θ、射流出口方式可分为圆盘或槽式断面（Slot），出流动量 m 等射流边界条件都会影响射浮射流的迹线变化情况和掺混情况。

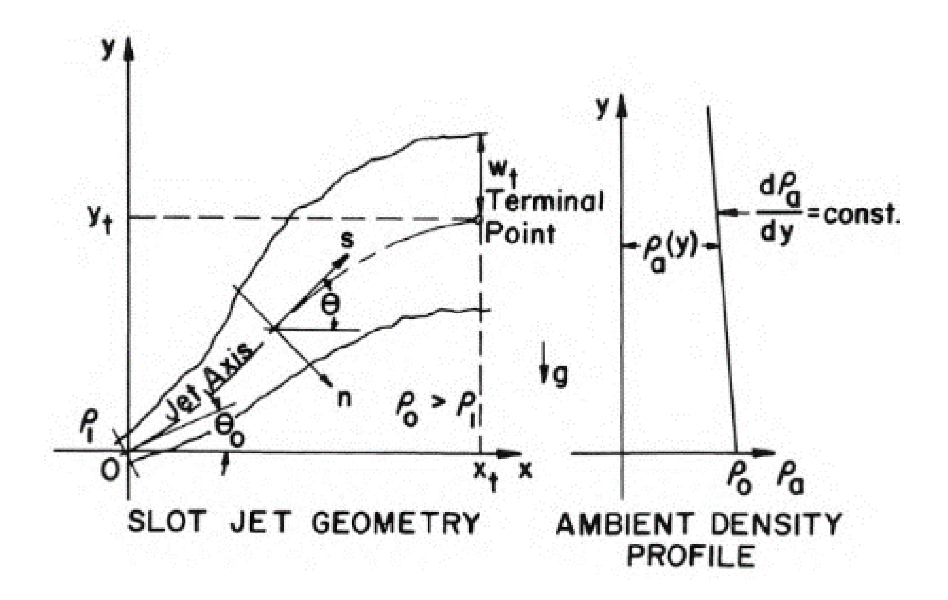


图 5-3 槽式断面出口的浮射流示意图 (Fan and Brooks 1969)

例如，考虑长方形断面出口的情况：

$$\frac{dq}{ds} = 2Eu \tag{5-9}$$

其中，q 是沿 z 轴的单位长度体积流量，E是槽状浮力射流的掺混系数，E可假设为定值。射流断面的速度分布$u^*(s,n)$在射流中高斯分布，在迹线坐标系下则可表示为：

$$u^*(s,n) = u(s)e^{-n^2/b^2} \tag{5-10}$$

其中，$u(s)$为中心线速度，$\sqrt{2}b$为射流的名义半宽度。温度、浓度等扩散项含量在射流中的分布情况可表示为，式中的 λ 是轮廓的特征长度；λ^2是湍流施密特数，假定为常数，通常可取$\lambda = 1.16$。：

$$c^*(s,n) = c(s)e^{-n^2/(\lambda b)^2} \tag{5-11}$$

并且，可定义射流轴线稀释数s_0来描述射流掺混过程对入流携带扩散质的浓度变化情况。同时定义两个无量纲坐标数x/b_0和y/b_0，b_0为射流起始处的半宽度。

$$s_0 = \frac{c_0}{c} = \mu \tag{5-12}$$

$$\frac{x}{b_0} = \frac{\eta\sqrt{m_0}}{2\alpha} \tag{5-13}$$

$$\frac{y}{b_0} = \frac{\xi\sqrt{m_0}}{2\alpha} \tag{5-14}$$

其中，α为射流的掺混系数，大量无限空间均质淹没射流实验证实掺混系数沿程不变。然而有研究指出对具有密度差的射流而言，掺混系数应该是断面密度Fr_D数的函数，射流的掺混能力随密度差的增大而减小。

在射流问题中通常用质量通量 Q、动量通量 m、和比浮力通量 B 三个参数描述射流的运动状态：

$$Q = \int_A wdA \tag{5-15}$$

$$m = \int_A w^2 dA \tag{5-16}$$

$$B = \int_A g\frac{\Delta\rho}{\rho_a} wdA \tag{5-17}$$

为了将方程组转换为简单的无量纲形式，流量通量和动量通量的无量纲参数（μ和m）在浮射流问题中可定义为；流动过程需考虑射流迹线方向与水平方向夹角θ的变化情况，因此也定义水平向动量通量无量纲参数 h 和垂向动量通量无量纲参数 v。

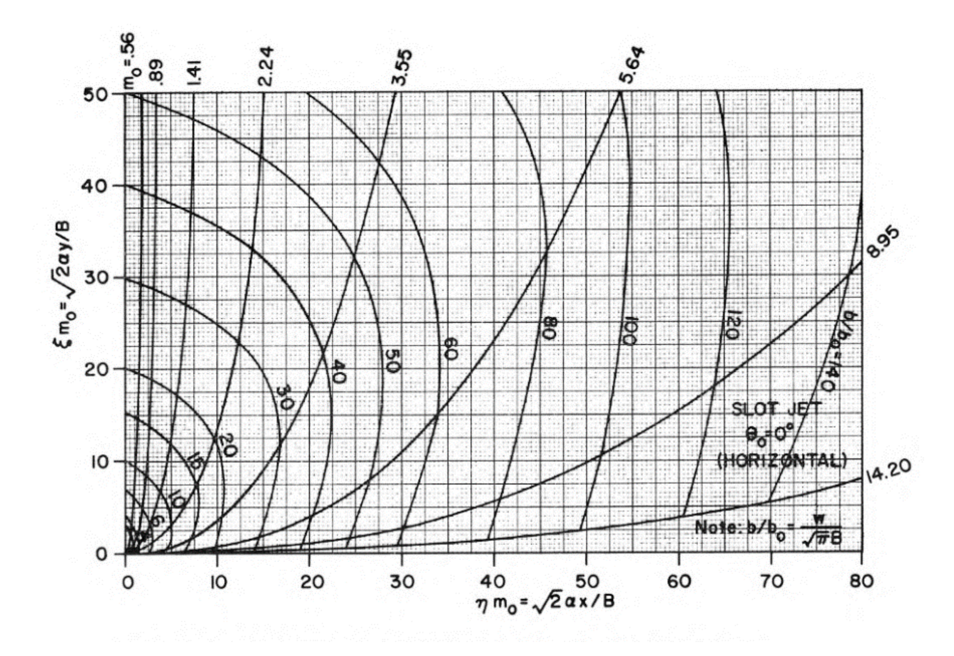
$$\mu = \frac{ub^2}{u_0 b_0^2} \tag{5-18}$$

$$m = \left[\frac{g\lambda^2 u_0^3 b_0^6(\rho_0 - \rho_1)}{4\sqrt{2}\alpha\rho_0}\right]^{-2/5} \frac{u^2 b^2}{2} \tag{5-19}$$

$$h = m\cos\theta \tag{5-20}$$

$$v = m\sin\theta \tag{5-21}$$

这些微分方程组的解不能以封闭的解析形式获得。一般使用浮射流积分模型是，描述和分析浮力驱动流体喷射现象。这种模型基于对流体在空间和时间上的宏观特性（如速度、浓度和温度）进行积分，并利用一组简化的控制方程来描述流体喷射的发展过程，数值求解的结果。(Fan and Brooks 1969)对该模型进行了数值积分，两个描述射流初始边界的重要参数为θ_0和m_0：前者表示射流口与水平向的夹角，后者表示射流的初始动量大小，主要由射流流速决定。下图给出了$\theta_0 = 0°$时，不同m_0情况下的浮射流迹线；可看出m_0较大时浮射流水平向的运动距离相较垂直向更长，而m_0较小时迹线轨迹很接近$\theta_0 = 45°$，表明浮射流此时由浮力主导。m_0或 Fr 数较小时，水平向射流带来的水平动量也较小，因此射流流态很接近垂直向射流。当m_0很大时，导致的掺混和相应的稀释系数（S_0）也很大，因此右图中有S_0的曲线在m_0较大时有向下弯折的现象。



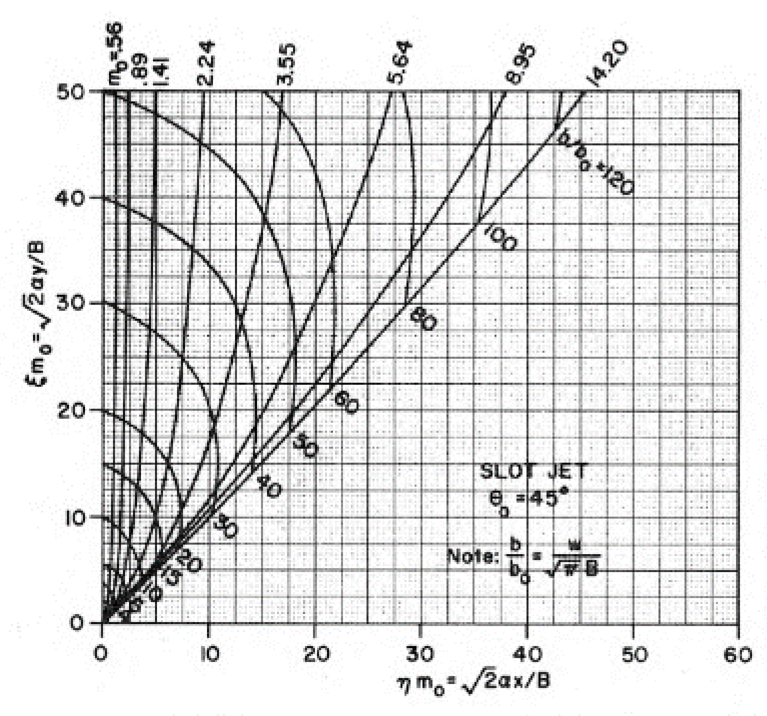


图 5-4 槽式断面的浮射流迹线（水平向和 45°角射出，收纳水体为静止且无分层状态）

下图显示了不同θ_0情况下，S_0作为m_0和ξm_0的函数。对于$\xi m_0>50$的情况，当m_0较小时，可以通过利用简单的平面浮羽关系来获得稀释值：$S_0=\xi$。对于给定的出口密度$\mathrm{Fr_d}$数，可从图中查出不同高度的轴线稀释度S_0。

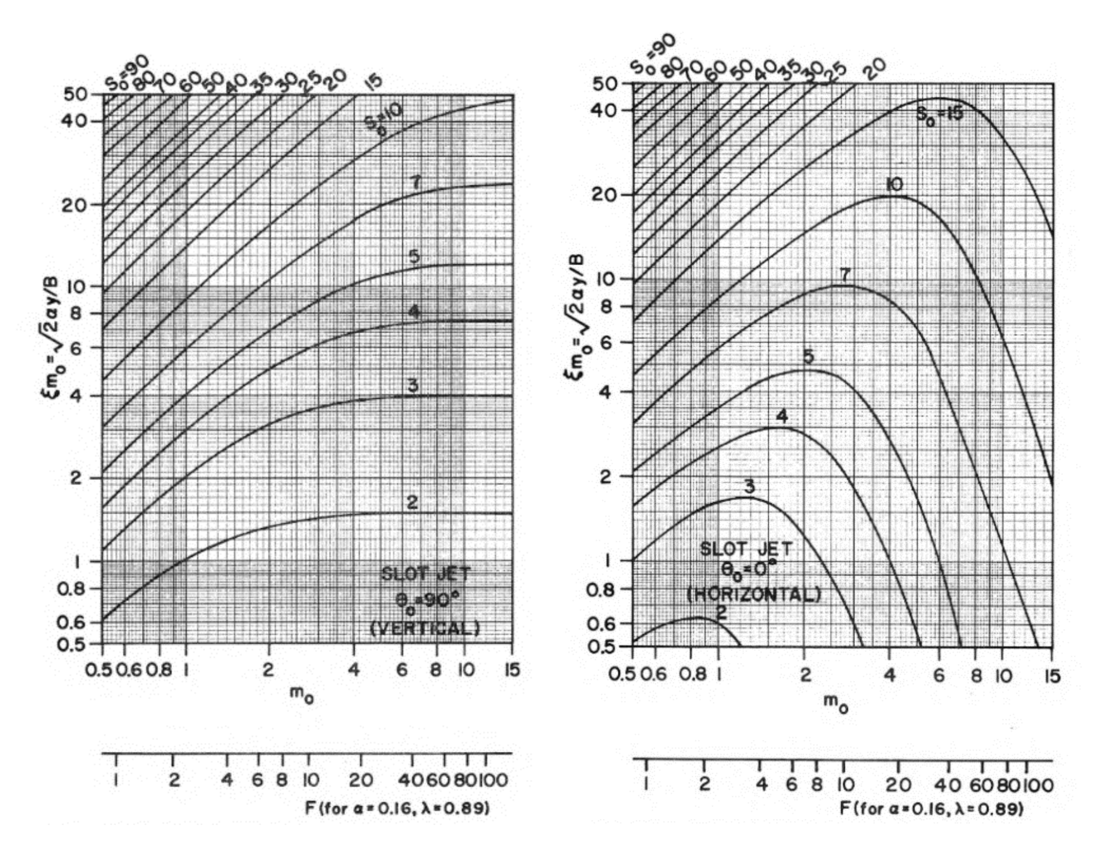


图 5-5 垂直向和水平向射出的槽式断面的浮射流的稀释度

根据质量守恒定律可计算掺混后的射流的平均温升$\overline{\Delta T}$：

$$\overline{\Delta T}=\frac{\int_0^b \Delta T^*(s,n)\frac{\Delta T_0}{S_0}dn}{b} \tag{5-22}$$

以上对于浮射流掺混的讨论和计算都是基于掺混系数α为定值的情况（$\alpha=0.16$）。掺混系数是垂直于射流轴向的掺混流速与射流断面平均流速之比，是一个物理意义更为明确、实际应用更为方便的经验系数。可通过断面流速分布分析掺混系数。大量无限空间均质淹没流实验证实掺混系数沿程不变，而对于具有密度差的射流而言，α应该是断面 Fr 数的函数，射流的掺混能力随着密度差的增大而减小。

水利水电科学研究院通过简化边界条件的理论分析及系统试验，探求有关各个物理因子间的相互关系(陈惠泉 1963)。虽然研究受到简化条件的限制，不能完全确切地反映工程客观实际，但能一定程度上反映掺混系数随射流参数变化的规律性。在无限空间均质紊流射流，水体可分为三个区域：垂直掺混区、倾斜掺混区、交界面掺混区；实验发现：倾斜掺混区：随机性比较高，有阵发性的旋涡运动；交界面掺混区：上下层的交面比较稳定，只有小幅度的波动和上下卷混，掺混量极小。采用了流态简化了的半理论、半经验方法，适用于规划阶段的初步估算。

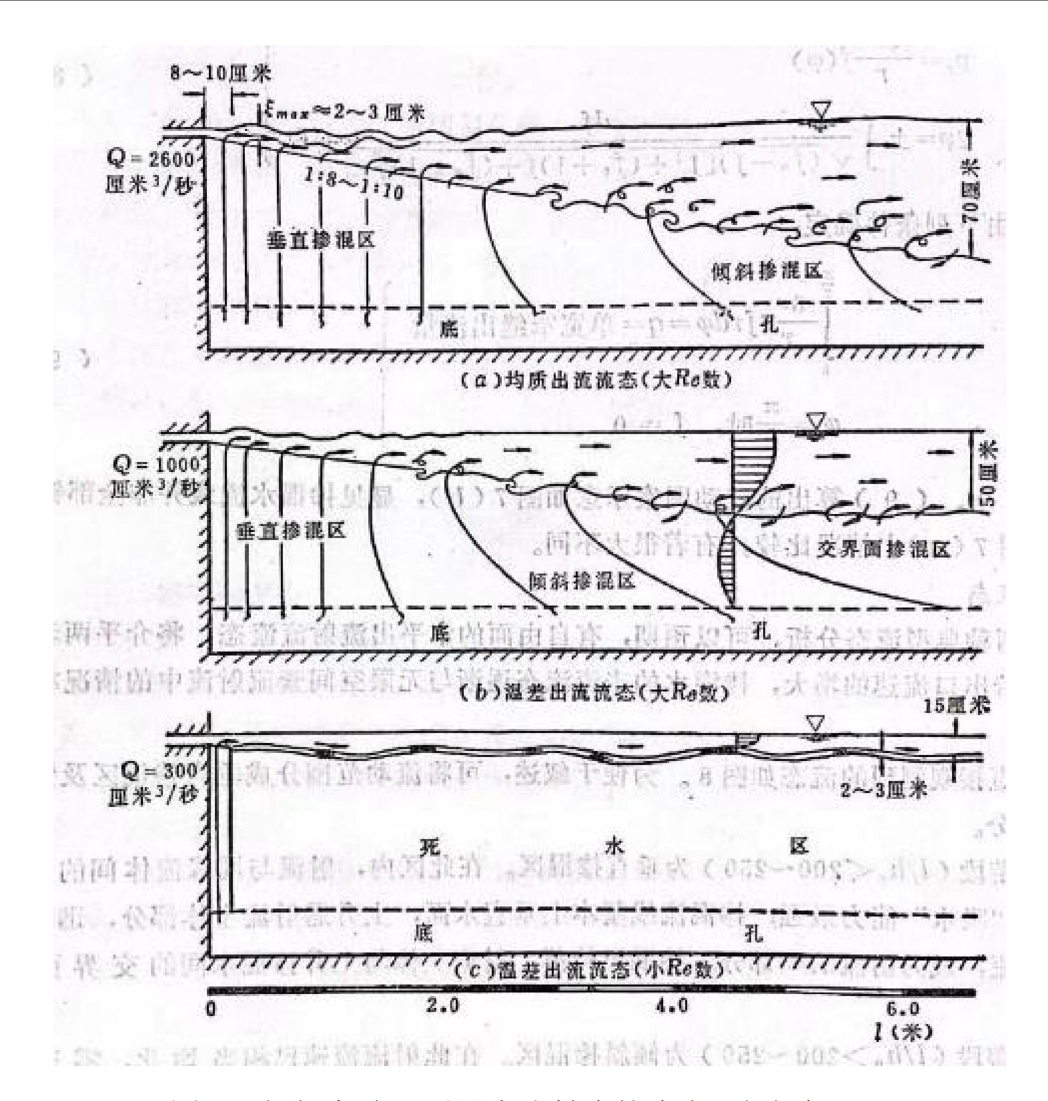


图 5-6 相似实验下不同流速射流的流态 (陈惠泉 1963)

不考虑水面散热和风吹对掺混的影响时，掺混系数（$\alpha = \Delta q/q_0$）由以下参数影响。

$$\alpha = \frac{\Delta q}{q_0} = f\left(\frac{x}{h_0}, \frac{z}{h_0}, \frac{P}{h_0}, \frac{q_0}{g^{\frac{1}{2}} h_0^{\frac{3}{2}}}, \frac{q_0}{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} h_0^{\frac{3}{2}}}, \frac{q_0}{\nu}\right) \tag{5-23}$$

当考虑无限水深及水平出流的情况时：$\frac{P}{h_0} = \infty$，$\frac{z}{h_0} = 0$；当出水射流可确保在紊流态时，水体运动的粘滞性可忽略不计，参数关系可简化为式(5-24)。

$$\frac{\Delta q}{q_0} = f_2\left(\frac{x}{h_0}, Fr, Fr_d\right) \tag{5-24}$$

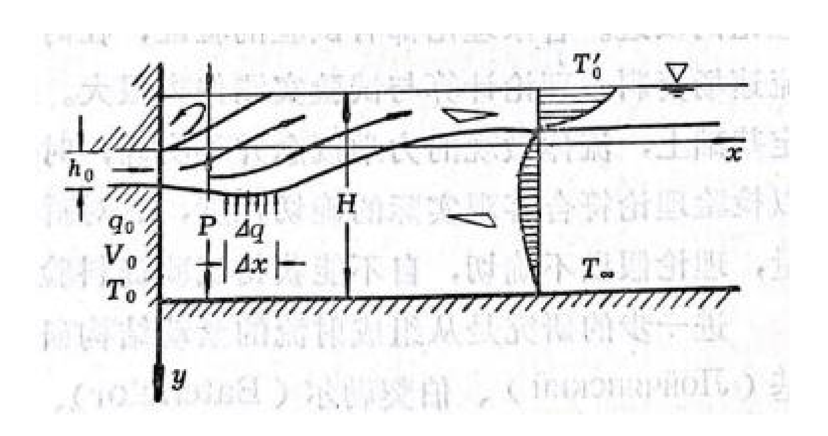


图 5-7 射流掺混相关浮力参数示意图(陈惠泉 1963)

密度Fr_d数（densimetric Froude number）的定义(陈惠泉 1984)见式(5-25)，主要用于描述流体中浮力效应与惯性效应之间的相对重要性，而 Fr 数用于描述流体中惯性力与重力之间的相对重要性，不涉及与密度差有关的约化重力加速度项，见式(5-26)，因此这是两个不同的无量纲数。在温差出流问题中，需要分别定义这两个无量纲数来描述，因为它们分别代表了与问题相关的两个不同物理效应。密度Fr_d数主要关注流体中的浮力效应，这在温差出流问题中非常重要，因为温度差会导致密度差，从而产生浮力。而 Fr 数关注的是流体中的惯性力与重力之间的关系，这对于分析流体运动的稳定性和波动现象非常重要。

$$Fr_d = \frac{q_0}{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho g}\right)^{\frac{1}{2}} h_0^{\frac{3}{2}}} \tag{5-25}$$

$$Fr = \frac{q_0}{g^{\frac{1}{2}} h_0^{\frac{3}{2}}} \tag{5-26}$$

在水利水电科学研究院开展掺混研究之前，(Ellison and Turner 1959) 使用了 Ri 数描述浮力和惯性力的相互作用并作为掺混系数的关键因变量。如下图所示，实验结果表面掺混系数 E 随着 Ri 数的增加而快速地下降，当 Ri 数大于 0.8 时，挟掺情况可忽略不计。Ri 等于Fr_d 数的平方倒数，分析同样可以用 Fr_d来表示。

(Debler 1959)通过实验数据归纳得当$Fr_d < 0.28$时，流动将分为两个水平向的区域：流动停滞的上层和出流汇集的下层。将以上结果通过Fr_d表示时，可得到掺混系数 E 的经验公式为：

$$E = 0.075\left(\frac{2}{1+\frac{1}{0.85Fr_d}} - 1\right)^{1.75} \tag{5-27}$$

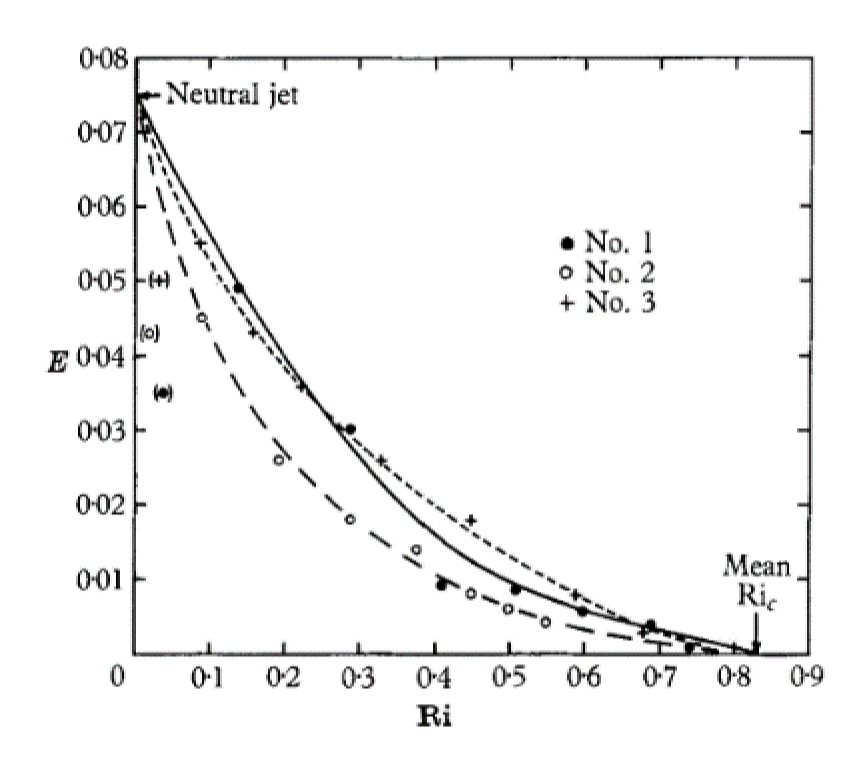
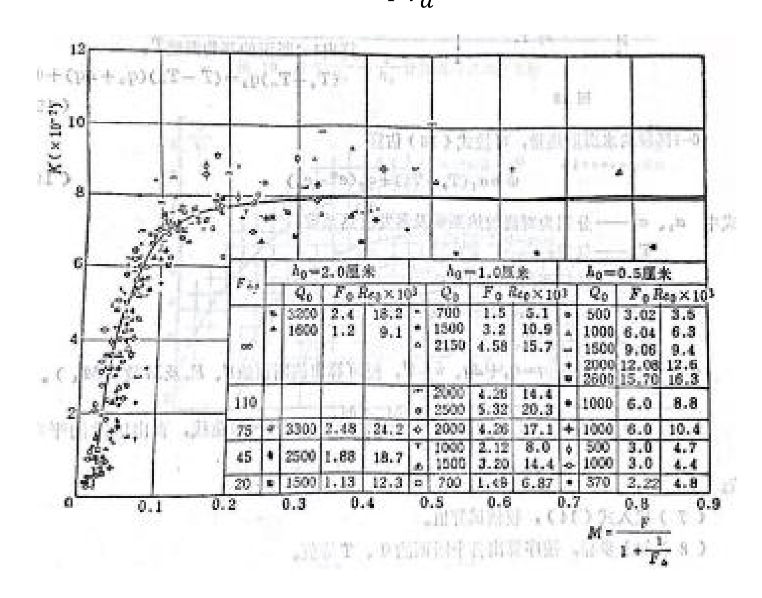


图 5-8 表面射流情况下掺混系数 E 关于理查德森数 Ri 的变化情况(Ellison and Turner 1959)

使用 K 表示掺混流速和射流断面平均流速的比值时，另一比例系数 M 可定义为 Fr 数与Fr_d数的比值，见式(5-28)-(5-29)。

$$K=\frac{v}{\bar{u}}=\frac{\frac{dq}{dl}}{\bar{u}} \tag{5-28}$$

$$M=\frac{Fr}{1+\frac{1}{Fr_d}} \tag{5-29}$$



$F_{\Delta 0}$	h_0=2.0厘米 Q_0	F_0	$Re_0\times10^3$	h_0=1.0厘米 Q_0	F_0	$Re_0\times10^3$	h_0=0.5厘米 Q_0	F_0	$Re_0\times10^3$
∞	3300 1600	2.4 1.2	16.2 9.1	700 1500 2150	1.5 3.2 4.58	5.1 10.9 15.7	500 1000 1500 2000 2600	3.02 6.04 9.06 12.08 15.70	3.5 6.3 9.4 12.6 16.3
110				2000 2500	4.26 5.32	14.4 20.3	1000	6.0	8.8
75	3300	2.48	24.2	2000	4.26	17.1	1000	6.0	10.4
45	2500	1.88	18.7	1000 1500	2.12 3.20	8.0 14.4	500 1000	3.0 3.0	4.7 4.4
20	1500	1.13	12.3	700	1.49	6.87	370	2.22	4.8

图 5-9 掺混系数 K 与 M 的实测关系曲线

水利水电科学研究院使用以上掺混系数经验公式指导了高桥电厂、军粮城电厂、闵行电厂等冷却池的设计。电厂冷却池工程规划的指导思 想是促进温差分层的出现 从下层水流取得低温水。于 1959 年， 水利水电科学研究院(陈惠泉, 岳钧堂 et al. 1993)首用温差水体作为试验介质来研究封闭水域的冷却水运动，发现了冷却水池中的分层运动，提出了相应相似准则的模拟方法，成为以后水力—热力模拟试验的理论基础，已被普遍采用。对于大型蓄热水库问题，该掺混系数经验公式可用作推断储热过程或取热过程初期时进出流口附近的冷热掺混情况，式(5-30)基于掺混发生前后的能量平衡提出，可用于预测掺混发生后的水温。

$$(T_0 - T_\infty)q_0 = (\bar{T} - T_\infty)(q_0 + \Delta q) + \Phi \tag{5-30}$$

5.2.2 河道入流形成的贴壁异重流

根据入库水流的温度和库内水体的温度分层情况，入流会在温度分层水库中会形成不同形态的密度流，包括表层流、间层流和底层流等不同流态。温度分层是环境水体中能够形成间层流的重要条件。有利于异重流产生的持续的条件是一定重率差和相应的水深及流速。当入流的密度减小到与环境水体相仿时，即运动到中性浮力层时，就会与斜坡分离从而沿水平方向侵入分层水体中，形成典型的间层流运动。

如图 5-10 所示，沿湖库底坡侵入温度分层水体的流动可称作贴壁异重流或斜坡密度流，其运动过程可分为三个不同的运动区域：

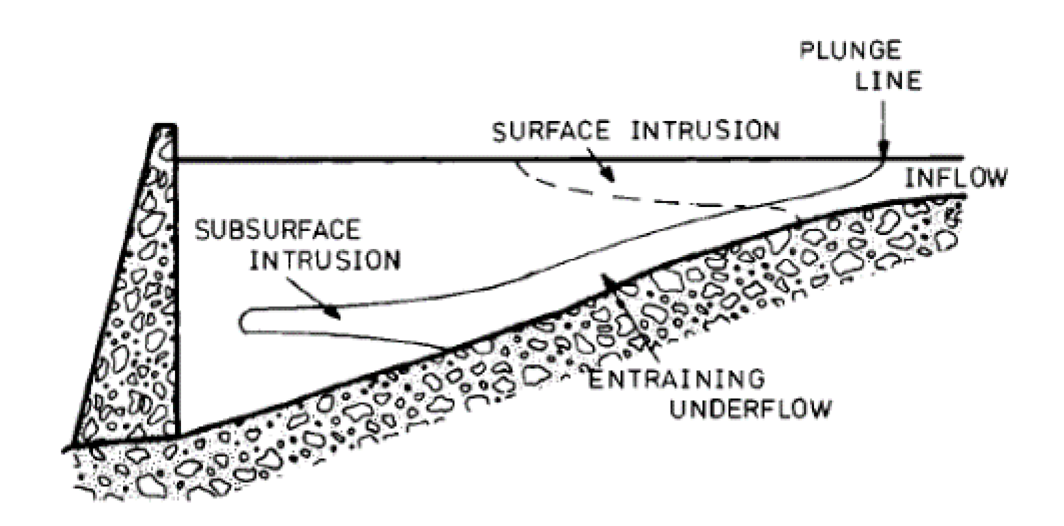


图 5-10 表面流和侵入流(Fischer, List et al. 1979)

（1） 进水线（plunge line）：入流进入湖库水体的初步阶段，会造成一定掺混效应；

（2） 潜流挟掺（entraining underflow）贴合湖库斜底的流动阶段，湖库底部的粗糙度通常会导致水库水和入流水之间界面的掺混，造成边界效应；

（3） 下层水平侵入（subsurface intrusion）当流入水的密度等于水库中相对应的密度时，流入水将离开底部，沿着水平方向进入水库。如果流入水的密度小于表面水的密度，这些入侵还可能沿着表面发生。入流在离开斜坡沿着中性浮力层侵入环境水体形成中层密度流后，该密度流的厚度会显著增加。

以上运动过程伴随的掺混会导致入流温度的不断变化和侵入层温度的变化。入流在中立密度层会发生侵入现象时，潜入点的Fr_0数 (异重流潜入后断面密度 Froude 数)(任实 2016)为：$Fr_0 = \frac{u}{\sqrt{\eta_g g h_0}} = 0.78$；其中，重力修正系数为$\eta_g = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho} g$，水深为$h_0$，流速为 u。当$Fr_0 > 0.78$时，即表示如果库内水深过小，或者流速过大，重力修正系数过小即含沙量低都不可能产生异重流。

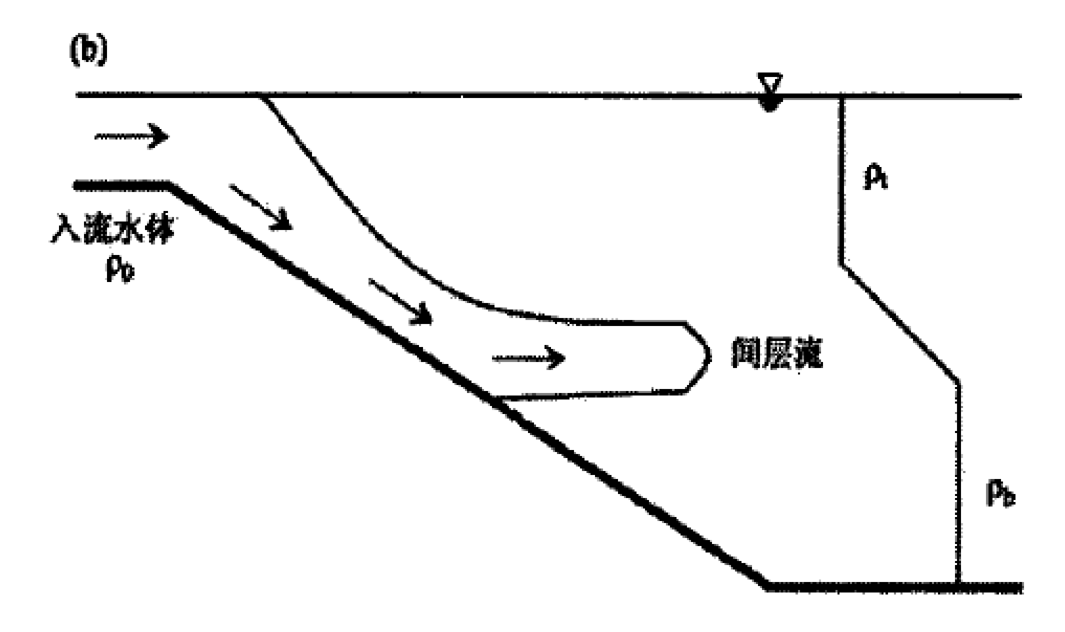




图 5-11 间层流现象示意图 (任实 2016)

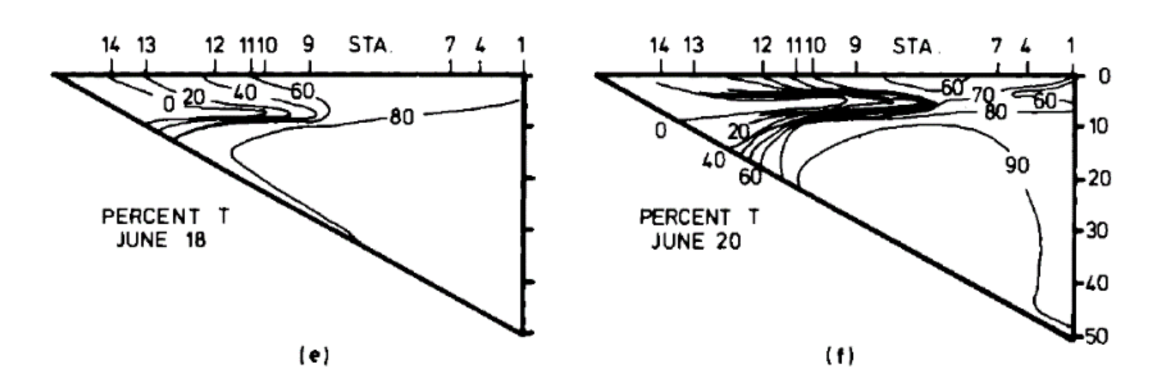


图 5-12 De Gray 湖的浑浊间层流入侵现象。曲线为光透射度的等值线，可用来定位入侵水团的位置；图中所示的湖泊的侵入位置位于斜温层正上方。(Fischer, List et al. 1979)

确定入流引起的水体流速变化、掺混量、和间层流的位置是一个很复杂的问题。湖温一号模型(范乐年，柳新之 1984)采用了给定水体加入掺混的水层厚度（$z_s - z_m$）以及给定入掺流量比r_{mix}的方法估算入流情况。假设层内入掺流速u_0分布均匀，则有：

$$u_0 = r_{mix} Q_{in} / \int_{z_m}^{z_s} B\, dz \qquad (5\text{-}31)$$

其中Q_{in}为河道入流流量，B 为高度 z 处的湖泊界面宽度。入流掺混后的入流层（高程为z_i）水温为：

$$T_{zi} = [T_{in} + r_{mix} \int_{z_m}^{z_s} TB\, dz / \int_{z_m}^{z_s} B\, dz] / (1 + r_{mix}) \qquad (5\text{-}32)$$

阻力系数与湖泊侵入流的掺混效应有关，因为湖泊底部和侧面的地形、植被以及其他表面特征会影响流体的流动。当入流水通过湖泊底部和侧面时，会因地形和表面特性而受到阻力。这种阻力会导致入流水的动能减小，从而促使湖泊水和入流水之间的掺混。此外，阻力还会引起局部的湍流和涡旋，这些现象有助于进一步增强两种水体之间的掺混。因此，阻力系数可以用来评估湖泊侵入流与湖泊水体掺混程度的关系。阻力系数$C_{D,inf}$（drag coefficient）是一个无量纲数，用于描述流体流过物体表面时所产生的阻力。GLM3.0 湖泊模型对掺混系数E_{inf}的定义见式(5-33), E_{inf}由阻力系数 $C_{D,inf}$和入流的密度Fr_d数（或入流Ri_{inf}数）表示。

$$E_{inf} = 1.6 \frac{(C_{D,inf})^{3/2}}{Ri_{inf}} \qquad (5\text{-}33)$$

大多数侵入流可被视为一个横截面为倒三角形的流束，经过一系列基于动量守恒的推导与计算后，得到Ri_{inf}的表达式为：

$$Ri_{inf} = \frac{C_{D,inf}\left(1 + 0.21\sqrt{C_{D,inf}}sin\alpha_{inf}\right)}{sin\alpha_{inf}tan\Phi_{inf}} \tag{5-34}$$

其中，α_{inf}是假设近似三角形横截面的流束的半角，而Φ_{inf}是入流河槽相对于水平面的斜坡角，位于入流河槽与水体交汇区域（见图 5-13）。

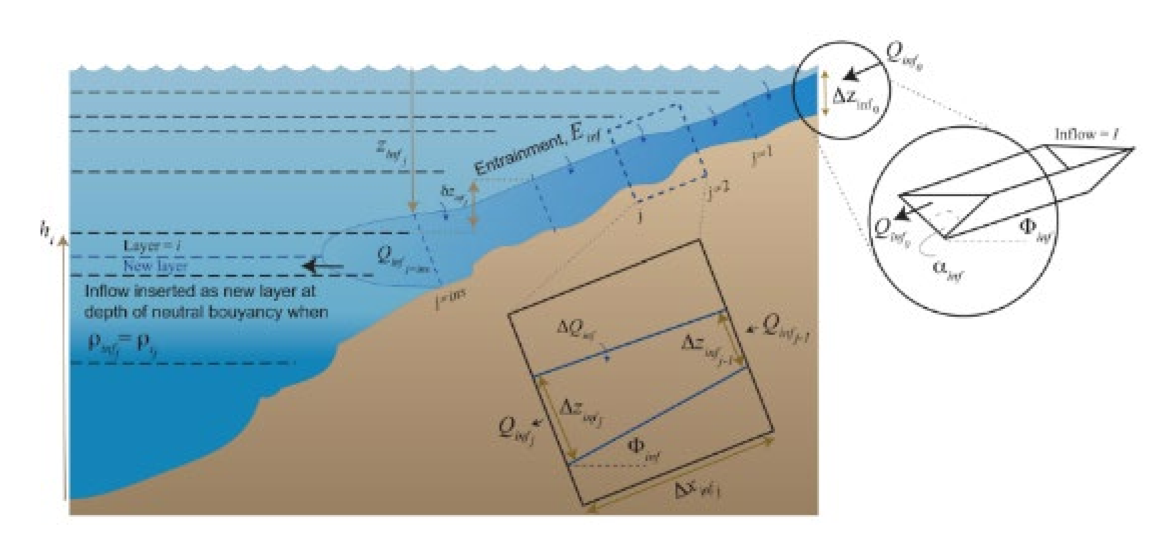


图 5-13 GLM 湖泊模型(Hipsey, Bruce et al. 2019)

已知掺混系数的计算方式后，可通过质量平衡和热量平衡守则计算掺混后入流的温度变化情况。ΔQ是由于掺混效应而被卷入射流的水体体积通量，Q 为射流体积通量（$Q = ua$），a 为流束截面积。

$$\Delta Q = Q[\left(\frac{h}{h_0}\right)^{\frac{5}{3}} - 1] \tag{5-35}$$

式中，h和h_0分别为侵入流流束在高程 z 处和起始位置的的厚度，即从流体的底部到顶部的垂直距离。在非常低的山谷坡度和较小的法向 Fr 数的情况下，进水线处的掺混作用非常小，我们可以通过令法向密度弗洛德数Fr_d 等于基于河流入流特性的 Fr_0 值来近似估计跳水点的深度。

$$h_0 = \frac{2Q_0^2}{Fr_d^2\Delta\rho_0 \tan^2\alpha} \tag{5-36}$$

$$h = \frac{E_{inf}}{(1 - \frac{a}{3b^2}\frac{db}{dh})}x - h_0 \tag{5-37}$$

其中，b 为流束的顶宽；水力深度为 a/b，表示流束的平均深度。

5.2.3 取水引流掺混

在蓄热和取热过程中，需要对温度分层流体在特定的高度选择性地取水；储热过程的取水口应设置在底部，将密度高的冷水取出以获取热量，取热过程则是通过顶部取水口取出热水，这是基于水体垂向分层的特性实现的。在冷却池工程中，也需要从湖库或海洋抽取底层冷水以提高系统效率。若考虑二元温差的情况，蓄热水体中分层的冷热水可看作是可混合的、基本上是不可压缩的、粘度相似且密度差异较小的两部分流体。理想的工况是，下层取冷水时不带出上层热水、上层取热水时不带出下层冷水，否则会破坏温度分层并直接引发掺混效应。下图中，（a）和（c）表示取热过程中，下层的冷水可能和上层热水一起被带出的情况；（b）和（d）则表示储热过程中下层冷水排出时可能与上层热水一起被排出的情况，这两种情况都有一个临界流出速度（efflux velocity）V_C；图中几种情况都假定孔口直径 D 远小于引水高差z_0。

图 5-14 表示了一个简单的二元密度差流动模型，上层较轻流体的水平向流速达到界面临界流速V_C时界面发生掺混(Keulegan 1950)，表示了界面产生不稳定的临界条件。当$Re > 450$时，$\Theta = 0.178$；当$Re < 450$时，$\Theta = 0.127$。

$$V_C = \frac{\left(\nu_2 g \frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}}}{\Theta} \tag{5-38}$$

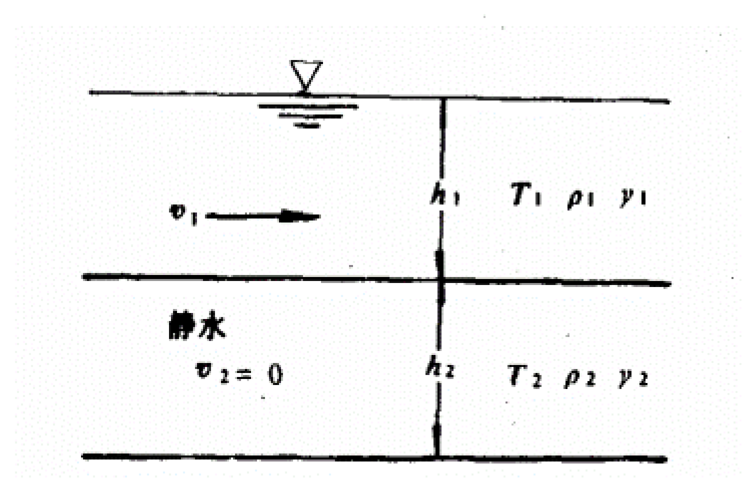


图 5-14 界面临界流速(黄永坚 1986)

上一章节中介绍了蓄热水库和水罐已有的几种布液方式。当蓄热水库实施水平分隔设计时，可能需要应对侧边取水的情况，例如取热时，应尽量减小临界引水高差z_0以避免在该取热阶段混入过量的底层冷水，这需要计算V_C的临界值以及设计恰当的取液口的尺寸，使V_C在要求的流量下尽量维持在比较小的范围内。

$$V_C = 3.25\left(\frac{z_0}{D}\right)^2\sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho}z_0} \qquad (5\text{-}39)$$

使用圆盘布液器时，则需要参照截面中心取水的情况（图 5-15.c）。

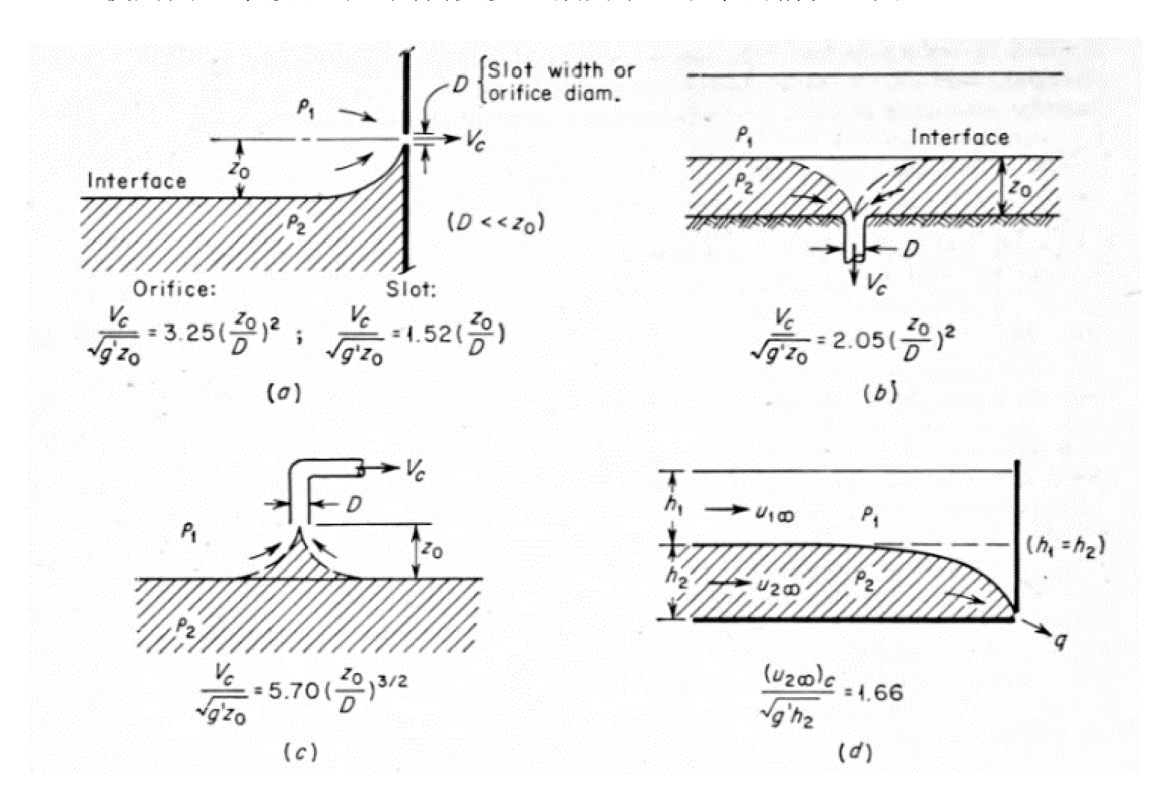


图 5-15 取水引流问题示意图 (Streeter and Kestin 1961)

在实际取热过程中，冷热水界面经过漫长的周期才能靠近上层取水口，这也标志着取热过程即将结束，因此冷热界面很难维持如图 5-15 所示的清晰的二元温差界面，而更可能呈现一种连续的分层状况。

如果在选择性抽水过程中抽取的水层厚度较大，可能会涉及到多个不同密度的水层，从而增加掺混现象的可能性。相反，如果抽水厚度较小，可以更精确地抽取特定密度的水层，从而减少掺混现象。因此，合理地调整抽水厚度是实现水库管理目标的一个重要手段。并且，由于水流在垂向存在密度梯度，故其流速分布与从均值水体取水的情况有很大区别。如图 5-16 所示，取水口附近会形成一定厚度的取水层，其厚度称为取水层厚度δ（withdrawal layer thickness）。当水体温度分层越明显时，取水层厚度δ越小(Imberger and Fischer 1970)。

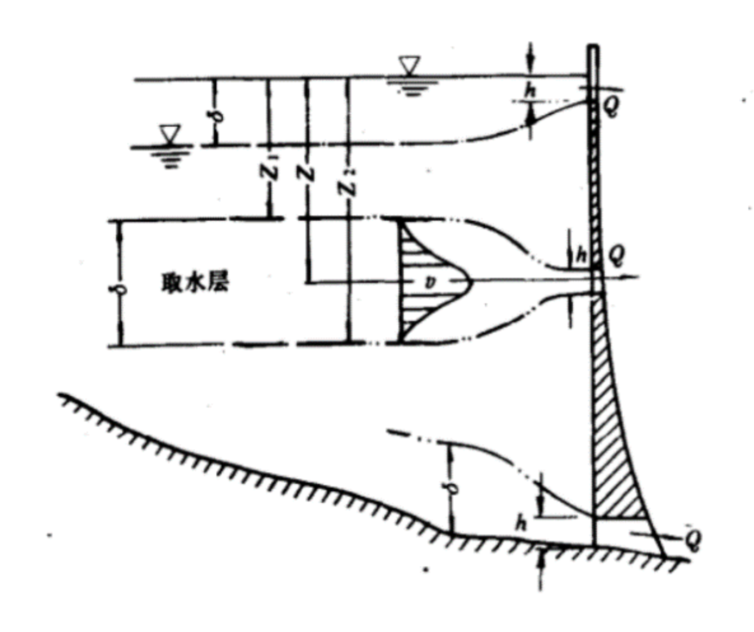


图 5-16 连续温度分层水体中的分层取水情况示意图(黄永坚 1986)

对于一个如图 5-17 所示的连续分层水体，取水层厚度δ可由下式表示：

$$\delta = \frac{Q}{G\theta\sqrt{g\varepsilon}} \tag{5-40}$$

其中，ε 为密度变化率梯度：$\varepsilon = \frac{\rho_0 - \rho_y}{\rho_0 y}$；G 为日野—大西系数(表层、底层取水时为 0.324, 中层取水时为 0.134)；θ为有效开口角(取水口为直线型或半 圆型时等于π, 为圆型时等于 2π)。根据上式，当顶层热水被取到一定程度时，取水口下方厚度为$\delta/2$的冷水即会被掺混入取水，因此需要对取水流量进行设计和控制，避免过多掺混。

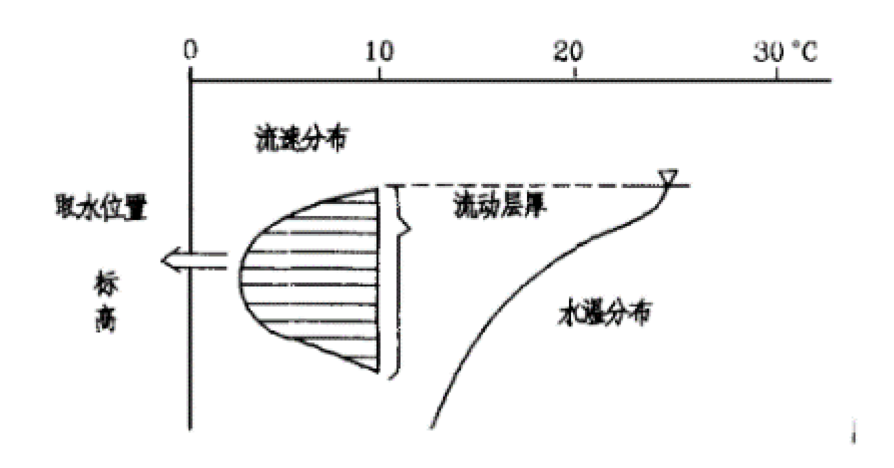


图 5-17 连续温度分层水体取水状态示意(牛午生 1999)

当计算涉及下层引水和掺混的出口水温预测问题，需要基于水体的质量和能量平衡。可根据取水层内部的断面速度分布和垂向水温分布，计算出口平均水温，见下式：

$$\bar{T} = \frac{\int v(h)T(h)\,dh}{\int v(h)\,dh} \tag{5-41}$$

当温跃层具有较大温度梯度时，对流场的取水范围具有明显的阻隔作用，取水范围较难穿过温跃层下边界(李广宁 2015)。

5.2.4 自然对流

在蓄热水体中，温度较高的区域，水的密度较小，会产生上升的运动；相反，在温度较低的区域，水的密度较大，会产生下沉的运动。这种因密度差异引起的运动就被称为自然对流。对于体积较小的蓄热水罐，一般采用封闭空间（enclosure）假设来研究自然对流问题，并且可在一些小型封闭空间内的实验研究中，采用激光多普勒测速仪（Laser Doppler Velocimeter）观测靠近边壁处的自然对流速度场(Hess and Miller 1982)。对于蓄热水库来说，由于水平尺度较大，模型可采用半无限空间的假设。进出口浮射流共同受自然对流和受迫对流的影响，但在本节中不予详细讨论受迫对流存在的情况。

蓄热水体中的自然对流伴随着以下两类热力学不稳定状态产生：

（1） <u>侧边散热导致的水平向温度不均</u>：在远离进出口的位置，水平向的受迫对流效应较小，自然对流是流体运动的主导机理。同一水平面上，水体边界处由于散热导致边界处的温度低于水体中央部分，水体内部水平面温度分布不均是一种热力学不稳定的状态。该现象在中小型热水罐中尤为明显，继而会诱发自然对流进而破坏斜温层。

（2） <u>顶部蒸发等散热机制导致的“逆温层”</u>：当蓄热水体的顶部热损失较大导致温度下降时，会在上表面区域形成上冷下热的“逆温层”，进而引发上下循环式的水体自然对流。

在不考虑边壁向周围散热时，如果边壁内热量的扩散速率比水的置换速率要快的话，边壁温度会高于还未被置换斜温层影响的收纳冷水，那么直接接触边壁的水膜就会被加热，形成向上流动的趋势。反之，则热水膜被冷边壁冷却后形成向下流动的趋势。图 5-18 示意了垂直边壁中热扩散速度更快的情况：无量纲温度$\Theta_a(Y,\tau) = T - T_a(y_{ref})/\Delta T_{ref}$表示了垂直分层的情况，其中$\Delta T_{ref}$是参考高度$y_{ref}$处垂直边壁与水体的温差。由于水库径向存在热传导，垂直边壁的无量纲温度$\Theta_p(Y,\tau)$在Y_0以上低于同高度的水温，但由于边壁的热扩散系数一般较大（边壁可能混凝土或不锈钢，前者的热扩散系数约为水的 5~7 倍，后者的热扩散系数约为水的 30 倍），因此Y_0下方的边壁温度在边壁轴向热传导的作用下也随上方的温度提高，这又导致了热量从下方边壁往底部较冷水体的传热，可以说边壁发挥了“热桥”的作用。

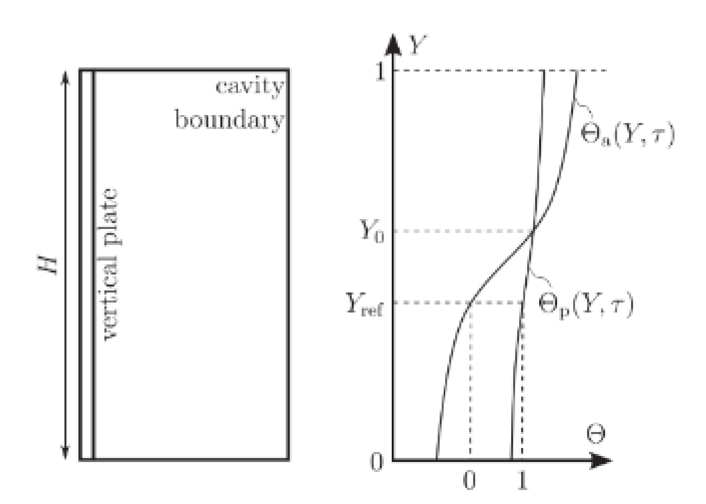


图 5-18 边壁与分层水体温度分布示意图 (Otto and Cierpka 2021)

描述垂直平板自然对流问题的一个基本模型是加热的垂直平板在稳态二维情况下的温度分布的边界层模型，其解析解可根据采用 Buossinesq 近似的动量和能量的无量纲化控制方程获得。图 5-18 所示为实际的蓄热水体中水体和边壁温度分布皆不均与的情况，该模型的主要控制方程包括连续性方程、x 向动量守恒方程、y 向动量守恒方程以及能量守恒方程(Otto and Cierpka 2021)：

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0$$
$$\frac{\partial U}{\partial \tau}+U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{Pr}{Ra^{1/2}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \tag{5-42}$$
$$\frac{\partial V}{\partial \tau}+U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{Pr}{Ra^{1/2}}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)+Pr\ \Theta$$

$$U_0=\frac{\kappa Ra^{1/2}}{H}\qquad \Delta T_{ref}=T_p(y_{ref})-T_a(y_{ref})$$
$$Ra=\frac{g\beta\Delta T_{ref}H^3}{\nu\kappa}\qquad Pr=\frac{\nu}{\kappa},\Theta=\Theta_f+\Theta_a.$$
$$X=\frac{x}{H},Y=\frac{y}{H},U=\frac{u}{U_0},V=\frac{v}{U_0} \tag{5-43}$$
$$\tau=\frac{t}{H/U_0},P=\frac{p}{\rho U_0^2},\Theta=\frac{T-T_a(y_{ref})}{\Delta T_{ref}}$$

以上理论模型中，自然对流的形成情况会受到瞬态水平向温差和垂直向温差的影响。水体由于边壁效应引发的自然对流的流动和传热情况主要由 *Pr* 数和 *Ra* 数控制。边界层 *Pr* 数约为 5~7，$Ra=\frac{g\beta\Delta T_{ref}H^3}{\nu\alpha}$；一般认为$Ra\approx10^9$是自然对流由层流向紊流的转捩点 (BEJAN 2013)。尺度分析结果表明层流边界层内由于浮力作用形成的壁射流（wall jet）速度大小取决于边壁与水体的温差以及表示水体的分层强度的分层指数$s(Y,\tau)$（stratification factor），$s(Y,\tau)=\frac{\partial\Theta_a(Y,\tau)}{\partial Y}$，见下式：

$$V_{scale}(Y,\tau)\sim\Delta\Theta(Y,\tau)\left[\frac{\Delta\Theta(Y,\tau)}{L}+2s(Y,\tau)\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{5-44}$$

据此关系式，可看出速度和温度梯度成反比，可理解为热分层减慢了壁面射流。因此在某高程处，当水体与边壁的温差$\Delta\Theta(Y,\tau)$越大，或分层指数越小时，自然对流的速度就越大。

如图 5-19 所示的实验结果表明(Otto and Cierpka 2021)，热部和冷部分别出现了两个壁面射流，热部中从顶部向底部流动、冷部中从底部向顶部流动。当距离顶部和底部板距离增加时，壁面射流的厚度和速度也会增加。如果在边壁的内侧设置保温的话，会抑制自然对流；另外，如果内壁表面是多孔材料的话，虽然不能抑制壁内的热传递，但其在内壁表面增加的流动阻力也可以抑制垂直对流。

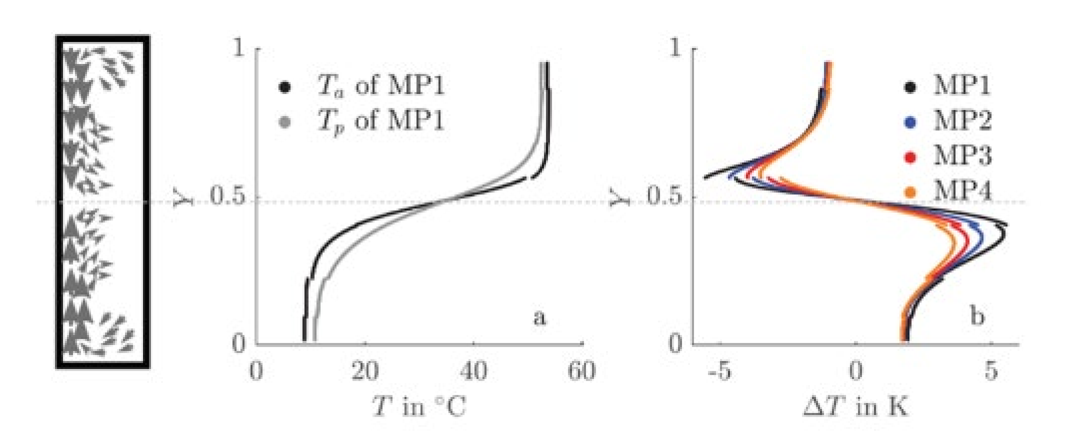


图 5-19 流动与传热情况示意（左：自然对流流动方向；右：分层温度与流体-边壁温差$\Delta T(Y)$情况）(Otto and Cierpka 2021)

另一方面，水体表层由于蒸发散热可能形成“上冷下热”、“上重下轻”的自然对流情况，可以用瑞利-贝纳德对流（Rayleigh–Bénard convection）模型描述。在这种情况下，斜温层以上部分可能形成强烈紊动的不规则环流，如图 5-20 所示。瑞利-贝纳德对流机制是导致湖库表层形成冷热分布较为均匀的混合层的重要原因之一。

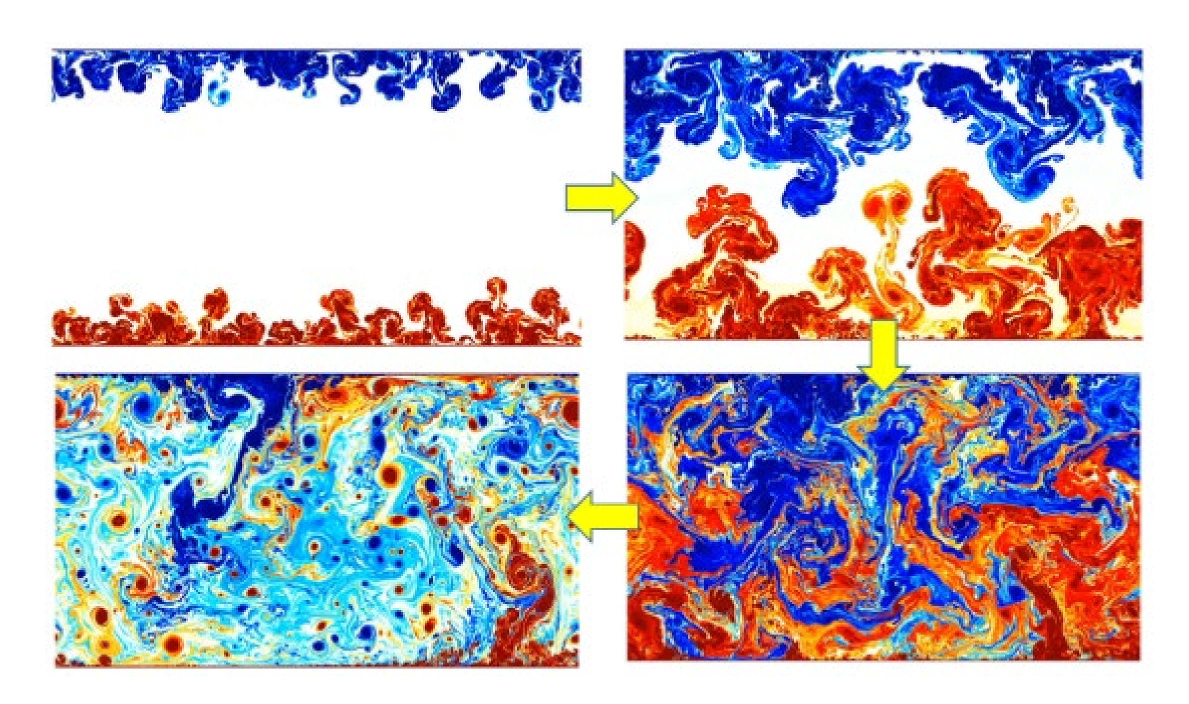


图 5-20 瑞利-贝纳德对流示意图

湍流流场具有很强的随机性，受初始条件和扰动地影响很大。图 5-21 展示了缩小水体实验测得的水体表面冷却导致的自然对流动态发展情况。最初，水体顶部由于热传导逐渐生成一个“冷边界层”，在边界层还处于稳定状态时，其厚度δ_T随时间增长，与$\sqrt{\alpha t}$成正比。随后，当可能发生不稳定的热边界层中的局部瑞利数达到临界值Ra_c时源自热传导表面的下沉冷水柱（cold-water plumes）开始形成，然后，这些下沉的冷水柱以瑞利-本纳德对流（Rayleigh–Benard convection）的形式穿透水体，并不断地翻装并与环境水体掺混，也携带较冷的水向底部运动。由于斜底的存在，水体在浅水区的冷却速度更快，引发了水体内部的大尺度环流。

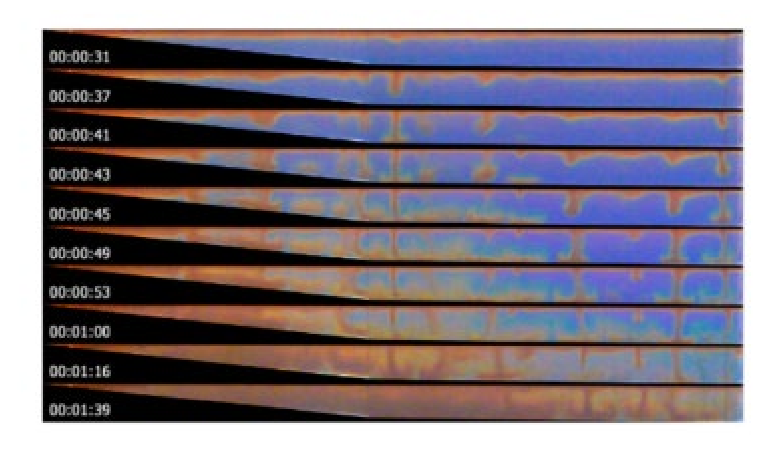


图 5-21 水体表面冷却导致的非稳态自然对流过程（腔体总长 L=0.3 米，宽 0.06 米，高 H= 0.015 米）(Bednarz, Lei et al. 2008)

临界 Ra 数需根据上下水平冷热平面是否存在固定位置而决定(Drazin 2002)，临界 Ra 数（Ra_c）的范围为 658~1708，$Ra = \frac{g\beta\Delta T H^3}{\nu\alpha}$。不稳定性开始发展的关键时间

尺度为$t_B \sim \left(\frac{Ra_c}{GrPr}\right)^{2/3} \frac{H^2}{\alpha}$，其随着 Gr 与 Pr 的乘积（也就是 Ra 数）减小而增加。Ra 数可以理解为扩散热传递的时间尺度与由于浮力作用而产生的速度 u 进行的对流热传递的时间尺度的比值，在瑞利-本纳德对流中，Ra 数的含义更加复杂。它仍然表示浮力驱动的对流与热扩散之间的相对重要性，但在这里，"对流"更具体地指的是由于密度差异引起的大规模的上下翻转的流动，而这种流动则可能导致流体层的不稳定，并最终引发对流。当 Ra 数超过临界 Ra 数（Ra_c），不稳定性会提高从而导致对流的发生。如果流体的粘度非常大，或者热扩散系数非常大（因此温度梯度非常小），那么热扩散可能会比对流更快地均匀分布温度，从而阻止对流的发生。Ra 数在瑞利-本纳德对流中的含义，可以被理解为不稳定性的一个度量。

现有的一些对大型蓄热水体的自然对流现象的研究主要针对丹麦的深坑蓄装置。(Chang, Wu et al. 2017)模拟了靠近倾斜侧壁的水通过周围的热损失被冷却的动态过程，被冷却后的贴壁水体产生了沿倾斜侧壁显著的下行流。由于这一时期水和周围环境之间的温差相对较大，因此形成的自然对流非常强烈。随着冷却的继续，水箱中的自然对流速度场呈现稳定状态。(Chang, Wu et al. 2017)和(Dahash, Ochs et al. 2020)考虑了边界冷却导致的水流循环效应：当蓄热水体的顶部热损失较大导致温度下降时，会在上表面区域形成“逆温跃层”，因此该研究使用了提高增强热导系数代替了水本身的热导率。增强热导系数理论上取决于 Nusselt 数和 Rayleigh 数，可采用以下公式计算：

$$k_{w,enh} = Nu \cdot k_w \tag{5-45}$$

$$Nu = C_1 Ra^n \tag{5-46}$$

$$Ra = \frac{g\beta \cdot \Delta T \cdot z^3}{\nu\alpha} \tag{5-47}$$

式中，ΔT 为发生自然对流的温差，z 为上下循环自然对流效应的特征长度；C_1 和 n 都是常数项，根据水体的尺寸和热物性决定，对于总蓄热体积为 7.5 万 m^3 的 Dronninglund 深坑蓄热体，n 取 0.5。可看出现有的蓄热水体/水库传热模拟研究对自然对流的计算仍较为简单，一般采用参数化的方法对自然对流对垂直向热量扩散的促进作用进行等效的模拟。

5.3 剪切不稳定性与微观湍流掺混

对于无粘性的理想流体，当内部有上下流速不等的间断面时，只要有某一扰动使间断面出现波状，按伯努利方程分析，波面两侧产生压强差，结果会使波面逐渐发展形成涡旋；对于有粘性的实际流体，在剪切层中流程之间存在速度差，所以也会因扰动而形成涡旋，特别在速度分布图上有拐点的情况就更不稳定而产生涡旋。

涡旋再发展而产生紊动。

5.3.1 剪切不稳定性理论

剪切不稳定性的本质是，密度分层流体掺混可释放的动能(kinetic energy)高于可使得分层流体颠覆所需要的功时，分层流体就会变得不稳定，产生微观尺度上的扰动（infinitesimal disturbances）。可采用如下图所示的简化分层剪切流模型解析分层流体发生不稳定性的临界条件 (Chandrasekar 1961)：

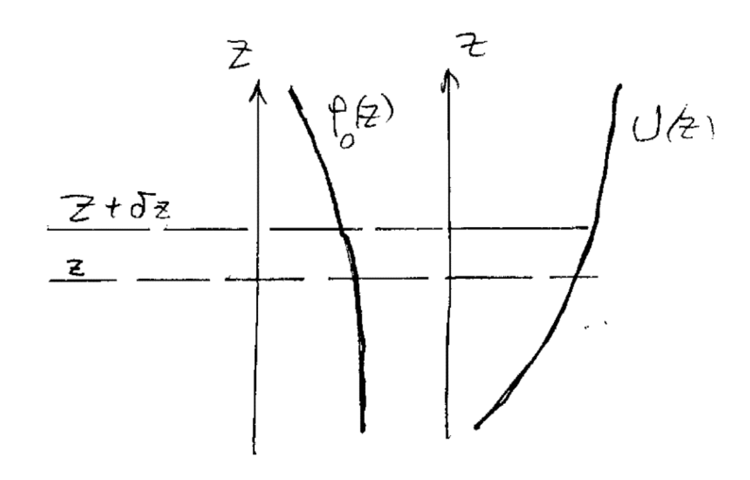


图 5-22 分层剪切流分析模型

那么，将下方更重的流体“抬起来”所需要的力则可表示为：

$$g[\overline{\rho}(z)-\overline{\rho}(z+\eta)]=-g\frac{d\rho}{dz}\eta \qquad \textbf{(5-48)}$$

将这部分重的流体向上移动 dz 的距离所需要的功则可表示为：

$$-g\frac{d\overline{\rho}}{dz}\int_{z}^{z+dz}\eta d\eta=-\frac{1}{2}gd\overline{\rho}dz \qquad \textbf{(5-49)}$$

同样的，将上方较轻的流体“摁下去”所需要的功也可表示为$-\frac{1}{2}gd\overline{\rho}dz$；因此掺混过程需要的总功为$-gd\overline{\rho}dz$。当流体中存在速度梯度（速度的变化）时，这种速度梯度可以作为能量的来源，引发剪切不稳定性，进而产生湍流。在掺混发生之前，流体的总动能为$\frac{1}{2}\overline{\rho}[U^2+(U+dU)^2]$，掺混后原本分层的流体拥有了一个统一的速度$U+dU/2$，因此总动能变为了$\overline{\rho}(U+dU/2)^2$。掺混前后的总动能差为$\frac{\overline{\rho}}{4}dU^2$，如果溢出的总动能差超过了掺混发生需要的总功量$-gd\overline{\rho}dz$，分层流体就会变得不稳定。定义一个基于单一涡旋的长度和速度尺度（而不是“整体”尺度上）的理查森数 Ri 数，也就是密度理查森数Ri_g。

$$Ri_g \equiv \frac{-\frac{g}{\bar{\rho}}\frac{d\bar{\rho}}{dz}}{\left(\frac{dU}{dz}\right)^2} \tag{5-50}$$

则有，当$Ri_g < \frac{1}{4}$时，分层流体会发生不稳定的准则，此时分层流体的浮力就不足以压制微尺度剪切湍流的生成。

Brunt–Väisälä 频率 N（Brunt–Väisälä frequency），或称浮力频率（buoyancy frequency），是衡量流体对垂直位移（例如对流引起的位移）稳定性的一种方法。分层水体高程 z 处的水平向速度梯度可以定义为垂直速率 S（shear rate of the mean streamwise velocity），见下式：

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\bar{\rho}}\frac{d\bar{\rho}}{dz}} \tag{5-51}$$

$$S = \frac{dU}{dz} \tag{5-52}$$

因此Ri_g可定义为$Ri_g = N^2/S^2$; $Ri < 1/4$就转变为避免出现$N^2 < \frac{1}{4}S^2$的情况。从蓄热水库运行情况来看，需要使斜温层附近的水平向的速度梯度尽量小、垂直向的温度梯度尽量大，才可以更好地避免剪切不稳定性的产生，这也是防止水体内掺混现象形成的关键因素。尽管有一些证据表明$Ri_g > 1/4$时不稳定性导致的 Kelvin-Helmholtz 波浪状结构仍可以存在，但这种波浪结构的幅度十分有限，不稳定性仍相当弱，并且平均 Ri 数不能显著大于 1/4；在$Ri_g > 1/4$时观测到的波浪现象很依赖于 Pr 值。

对于剪切不稳定性产生的湍流，可用湍流 Fr 数和湍流 Re 数表征其流动特性：

$$Fr_T = \frac{q}{NL} \tag{5-53}$$

$$Re_T = \frac{ql}{\nu} \tag{5-54}$$

其中，q 为湍流的特征速度（characteristic velocity），在剪切不稳定湍流中一般定义为剪切速度；l是湍流的长度尺度（characteristic length scale），用来描述湍流结构的典型尺寸。在湍流中，能量从大尺度的湍流涡旋转移到更小尺度的涡旋，这是一个级联的过程，也被称为能量级联。在这个过程中，大尺度的湍流结构将其动能传递给更小尺度的结构，直到达到足够小的尺度（科尔莫哥洛夫尺度）以至于粘性阻力可以有效地耗散这些小尺度涡旋的能量，此时分子扩散变得重要并且最终发生能量的黏性耗散。湍流动能通过粘性作用被耗散为内能的速率就是湍流动能耗散率ε为湍流动能耗散率（turbulent kinetic energy dissipation rate）：

$$\varepsilon = \frac{q^3}{l} \tag{5-55}$$

可定义湍流活度系数（turbulence activity parameter）I 表示湍流掺混的不稳定作用与浮力和粘度共同作用产生的稳定性作用之间的比率。如果 I 很高的话，那么湍流受到的浮力影响久较弱，湍流发展就相对较快。同时，存在$I = Re_T Fr_T^2$的关系，一些研究用浮力雷诺数Re_B（buoyancy Reynold number）定义$Re_T Fr_T^2$，与湍流活度系数的表达式相同。

$$I = \frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} \tag{5-56}$$

浮力雷诺数和浮力尺度、耗散尺度、垂直层尺度的表达式见式(5-57)−(5-60)。

$$Re_B = (\frac{L_O}{l_\eta})^{4/3} \tag{5-57}$$

$$L_O \equiv \sqrt{\frac{\epsilon}{N^3}} \tag{5-58}$$

$$l_\eta = (\frac{\nu^3}{\epsilon})^{1/4} \tag{5-59}$$

$$l_v = \pi \frac{U_h}{N} \tag{5-60}$$

其中，Ozmidov 尺度（L_O）是用于描述湍流流体中，受浮力效应影响的最大涡旋尺度；也称作浮力尺度（buoyancy scale）(Avsarkisov 2020)。当涡旋的尺度大于 Ozmidov 尺度时，浮力效应会对涡旋产生稳定化作用，阻止涡旋的发展和维持。因此，Ozmidov 尺度可以看作是浮力效应开始主导湍流动态的尺度，也就是说，它是分层流体中可能出现的最大湍流涡旋的尺度。超过这个尺度的涡旋会被浮力效应所稳定，不再表现出湍流的特征。而 Kolmogorov 尺度（l_η）是湍流中由于粘滞性耗散而不被影响的最小尺度。Kolmogorov 尺度是流体中最小涡旋的大小，小于 Kolmogorov 尺度的涡旋会通过粘性加热迅速耗散其动能并消失。l_v是湍流的垂直层尺度（vertical layer length） (Holford and Linden 1999)；在强分层流体（Layered Anisotropic Stratified Turbulence (LAST)中），一般有$L_h \gg L_v \gg L_O \gg L_\eta$(Caulfield 2021)。总得来说，$Re_B$需要比较大，湍流才能生成，并且在此情况下可忽略粘性力。

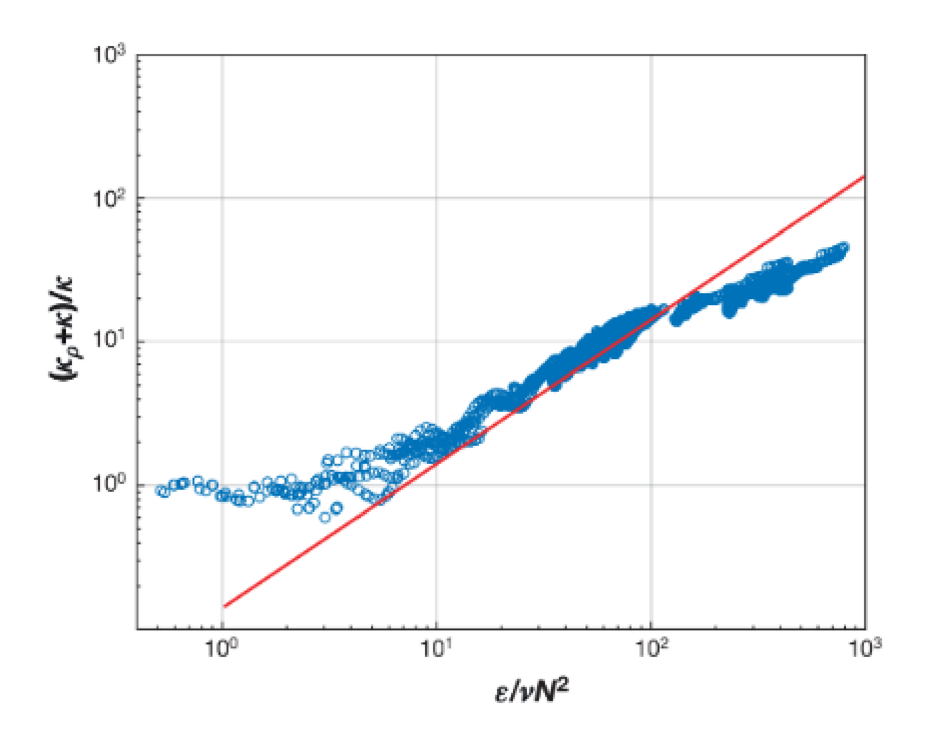


图 5-23 涡流扩散系数 Kp 发展规律

如图 5-23 所示，$(K_\rho + K)/K$关于$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2}$的变化情况大致可分为三个区域，也是剪切流掺混的三种模式：（1）分子模式——Molecular，过渡模式——Transitional 和能动模式——Energetic，详见表 5-4。涡流密度扩散系数K_ρ和动量扩散系数K_v与关于 I 在[0.5,1000]范围内的曲线比较贴合。尺度分析表明湍流活度系数与 *Re/Ri* 成正比：$\varepsilon/(\upsilon N^2)\sim Re/Ri$(Shih, Koseff et al. 2005)。表 5-5 给出了另一组基于 Pr 数和湍流活度系数的湍流扩散系数拟合公式。

表 5-4 分层流体中的掺混情况(Ivey, Winters et al. 2008)

掺混模式	$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2}$范围	K_p^{Tot}	Re_T/Ri范围	K_p^{tot}
分子模式	$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} < 7$	κ	$Re_T/Ri < 150$	κ
过渡模式	$7 < \frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} < 100$	$0.2\upsilon(\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2})^1$	$150 < Re_T/Ri < 1000$	$0.015\kappa(Re_T/Ri)^1$
能动模式	$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2} > 100$	$2\upsilon(\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2})^{1/2}$	$Re_T/Ri > 1000$	$0.4\kappa(Re_T/Ri)^{1/2}$

表 5-5 湍流扩散系数拟合公式

湍流扩散系数拟合公式	适用范围	参考文献
$\kappa_{\rho}^{tot}/\kappa = 0.2\,Pr\,\epsilon/\,\nu N^2$	$\varepsilon/(\upsilon N^2)$：[0.5,1000]	(Osborn 1980)
$\kappa_{\rho}^{tot}/\kappa = 5Pr\,(\epsilon/\nu N^2)^{1/3}$	$7 < \frac{\varepsilon}{(\upsilon N^2)} < 100$	(Barry 2002)
$\kappa_{\rho}^{tot}/\kappa = 2Pr\,(\epsilon/\nu N^2)^{1/2}$	$\frac{\varepsilon}{(\upsilon N^2)} > 100$	(Shih, Koseff et al. 2005)

其中，涡流密度扩散系数K_ρ的定义见下式。w'为重力向的湍流速度波动（$w = W + w'$），ρ'表示与w'相关的密度波动，$\overline{w'\rho'}$则表示密度通量波动的平均值，在此问题中可视作仅由剪切不稳定性导致；K_ρ的大小反映了湍流的速度波动大小和涡旋尺寸大小。

$$\overline{w'\rho'} = -K_\rho \frac{\partial \rho}{\partial z} \tag{5-61}$$

湍流动能 TKE（Turbulent kinetic energy）的定义是单位流体质量中速度波动蕴含的动能：

$$TKE = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \tag{5-62}$$

完整的湍流动能公式（turbulent kinetic energy equation）表示的是湍流动能（TKE）的瞬态变化与湍流动能耗散率$\mathcal{E}$、浮力通量$\mathcal{B}$、剪应力生产项$\mathcal{P}$（shear production）以及散度项$\nabla\cdot\boldsymbol{J}$之间的关系。$\mathcal{P}$代表的是平均速度剪切引起的湍流动能生成的源项；$\nabla\cdot\mathbf{J}$表示的湍流动能的对流传输，即湍流动能由于湍流运动在流体内部的不同区域之间传输而发生的空间分布变化。

$$\overbrace{\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\langle u_i'u_i'\rangle\right)}^{TKE} = \overbrace{-2\nu\langle s_{ij}'s_{ij}'\rangle}^{\mathcal{E}} - \overbrace{\frac{g}{\rho_r}\langle\rho'w'\rangle}^{\mathcal{B}} + \overbrace{\left(-\langle u_i'u_j'\rangle S_{ij}\right)}^{\mathcal{P}} \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\langle p'u_i'\rangle + \langle(u_i'+U_i)\frac{u_j'u_j'}{2}\rangle - v\left(\frac{\partial}{\partial x_i}\langle\frac{u_j'u_j'}{2}\rangle + \frac{\partial}{\partial x_j}\langle u_i'u_j'\rangle\right)\right]}_{\nabla\cdot J} \tag{5-63}$$

在忽略由瞬态变化和所有散度项的情况下，湍流动能公式就可以简化为局部剪切力生产项、浮力通量项和耗散项之间的湍流动能守恒公式。简单来说，就是剪切不稳定性生成动能来源于势能的减小（可逆过程），同时这部分动能也由于流体的粘性向内能的耗散（不可逆过程）。

$$-2\nu\overbrace{\langle s'_{ij}s'_{ij}\rangle}^{\mathcal{E}} - \overbrace{\frac{g}{\rho_r}\langle\rho' w'\rangle}^{\mathcal{B}} + \overbrace{\left(-\langle u'_i u'_j\rangle S_{ij}\right)}^{\mathcal{P}} = 0 \tag{5-64}$$

$\mathcal{B}$为密度通量项（density flux term）或密度通量项（buoyancy flux term），描述的是重力势能和动能之间的转换率；$\mathcal{E}$中的$s'_{ij} = (1/2)(\partial u'_i/\partial x_j + \partial u'_j/\partial x_i)$，表示的是扰动形变张量，$\mathcal{P}$中的$S_{ij} = (1/2)(\partial U_i/\partial x_j + \partial U_j/\partial x_i)$，表示的是集合平均形变张量。

$$\mathcal{B} = -\frac{g}{\bar{\rho}}\overline{w'\rho'} \tag{5-65}$$

密度通量项$\mathcal{B}$和剪应力生产项$\mathcal{P}$的比值可定义为通量 Ri 数Ri_f(Osborn 1980)，见下式，然而大约 90%的湍流动能并未贡献给浮力通量（因此也并未贡献给垂直混合），而是通过粘性摩擦转化为热能，且此过程不产生其他效应。(Fernández Castro, Wüest et al. 2021)

$$Ri_f = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{P}} \tag{5-66}$$

因而，由式(5-61)定义的湍流扩散系数可表示为密度通量和浮力频率的函数，也可以表示为Ri_f数的函数，Ri_f可衡量掺混效率。

$$K_\rho = -\frac{\overline{w'\rho'}}{\frac{\partial\rho}{\partial z}} = -\frac{\overline{w'\rho'}}{\frac{N^2}{\frac{g}{\bar{\rho}}}} = -\frac{B}{N^2} \tag{5-67}$$

$$K_\rho = \frac{R_f\varepsilon}{(1-R_f)N^2} \tag{5-68}$$

Ri_f存在上限值（~0.2），当Ri_f较高时，较多的动能会转变为势能，因此湍流会被抑制。

$$K_\rho = \frac{R_f\varepsilon}{(1-R_f)N^2} \tag{5-69}$$

由于动能耗散率通常情况下远高于密度通量，因此掺混效率（mixing efficiency）可以定义为两者的比值，见下式。在温度分层的湖泊或水库中，掺混效率一般为10%~15%。Γ在一些研究中被称为湍流动量系数（turbulent flux coefficient）(Caulfield 2021)。因此，可以说在分层湍流中，大部分动能会被耗散为内能，这种不可逆混合过程使得水平层间的密度差异减小，即密度梯度变得更加均匀。

$$\Gamma = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}} = \frac{\frac{g}{\bar{\rho}}\overline{w'\rho'}}{2\upsilon s'_{ij}s'_{ij}} \tag{5-70}$$

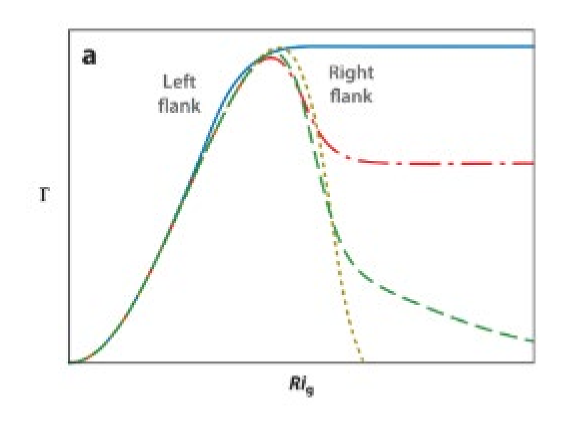
对于稳定的流动过程，密度方差耗散率 χ（dissipation rate of buoyancy variance）可等价为 B(Osborn 1980)，即有：

$$\chi \equiv \kappa\langle\frac{g^2}{\rho_0^2 N^2}|\nabla\rho|^2\rangle \tag{5-71}$$

$$\Gamma = \frac{\chi}{\mathcal{E}} \tag{5-72}$$

因此，湍流通量系数或掺混效率 Γ 与动能耗散率 ε 线性相关，即 $\chi=\Gamma\varepsilon$。(Osborn 1980)基于半经验性的理由假设Γ的上界为 0.2。换言之，最多仅有 20%的湍流动能转换为了势能，其余 80%都耗散为了分层流体的内能。

掺混系数的影响因素可分为以下三组：（1）流体的热物性参数（动力粘滞系数ν和热扩散系数α）；（2）分层流的状态（N 和 S）；以及（3）湍流的性质（TKE 和$\mathcal{E}$）。可用Ri_g、Re_T、Fr_T、Pr四个无量纲数描述流动的状态。图 5-24 表示了Γ随Ri和Re_T变化的几种可能性，当分层较强时，Ri 数较高；当紊动程度较高时，Re_T较高。目前学界还未对Γ曲线随Ri_g的发展规律得出统一的定论，这样的通量曲线是一个可能显著更复杂的通量超曲面的投影（右图）。Γ有可能会在强分层情况下达到某个上限（上图蓝色曲线），也有可能因为分层强度的持续增强而逐渐减少，代表着掺混逐渐被抑制的情况。另一种可能性是掺混在某个临界Ri_g数时被完全抑制（$\Gamma = 0$）。



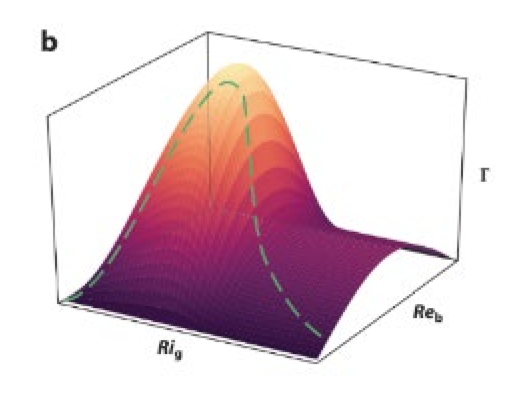


图 5-24 掺混效率随 Ri_g 和 Re_b 的函数关系示意图 (Caulfield 2021)

湍流密度扩散系数K_ρ可以表示为：

$$\frac{K_\rho}{K} = \frac{B}{KN^2} = \frac{\upsilon}{\alpha}\left(\frac{\mathcal{B}}{\mathcal{E}}\right)\frac{\mathcal{E}}{\upsilon N^2} = Pr\,\Gamma\,Re_B \tag{5-73}$$

湍流活度系数$\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2}$又可以表示为$Re_\Lambda$数与 Ri 数的函数关系，其中$Re_\Lambda = q\Lambda/\nu$，$\Lambda$为湍流的平均长度尺度。

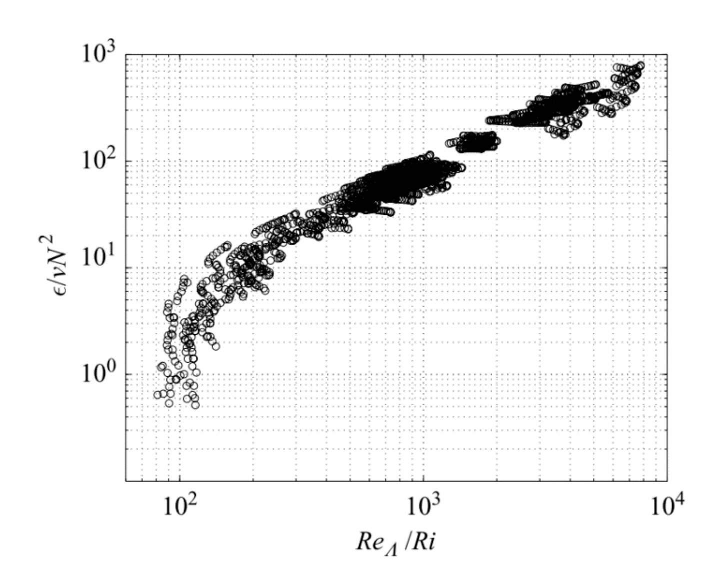


图 5-25 $\frac{\varepsilon}{\upsilon N^2}$ 关于Re_Λ/Ri曲线(Shih, Koseff et al. 2005)

5.3.2 Kelvin-Helmholtx 与 Holmboe 不稳定性

在分层流体中，密度分层和剪切速度梯度可以以不同的方式相互作用，从而导致两种不同类型的不稳定性：Kelvin-Helmholtz（KH）不稳定性和 Holmboe 不稳定性，它们在形成机制和产生的涡旋结构方面有所不同。在涡旋结构方面，如图 5-27（a）所示(Strang and Fernando 2001)，KH 不稳定性表现为水平方向上平行并集中的涡旋（vortices），通常以有限振幅的椭圆涡旋阵列形式表现，并且这些涡旋的旋转方向相同，涡度垂直于平均流动方向；KH 不稳定性形成的涡旋会聚合并形成更大的涡旋，该结构被称为 K-H 波（K-H billows）。

如图 5-27（b）所示，Holmboe 不稳定性的结构表现为交替排列的水平涡旋，密度界面上方和下方的涡旋呈现相反的旋转方向，涡旋的传播过程导致分层界面上形成“尖角波”（cusped waves），有时从这些尖角中会喷射出少量的一缕缕的流体。根据(Caulfield 2021)的综述，KH 不稳定性在分层强度较弱的情况下表现出分层界面处的“翻转”（overturning）结构，而 Holmboe 不稳定性在分层强度较强的情况下表现出分层界面处的“冲刷”（scouring）结构，这种不稳定性可以理解为，在密度梯度相对较大的地方是由涡旋波和界面重力波的共振相互作用引起的。

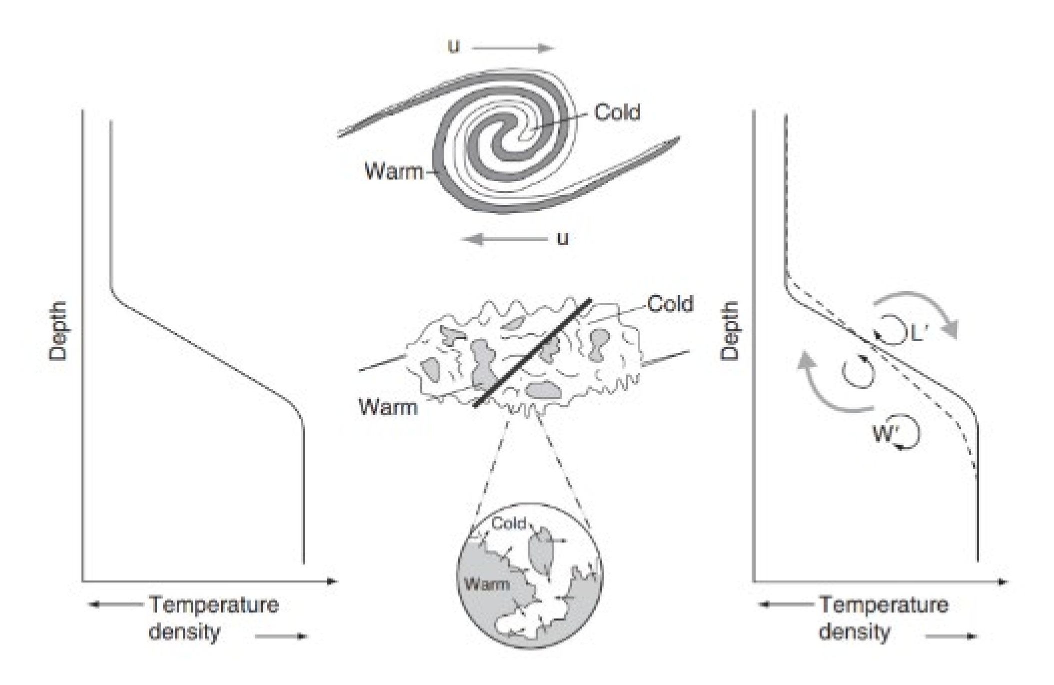


图 5-26 剪切不稳定性导致的掺混过程示意图 **(Fernández Castro, Wüest et al. 2021)**

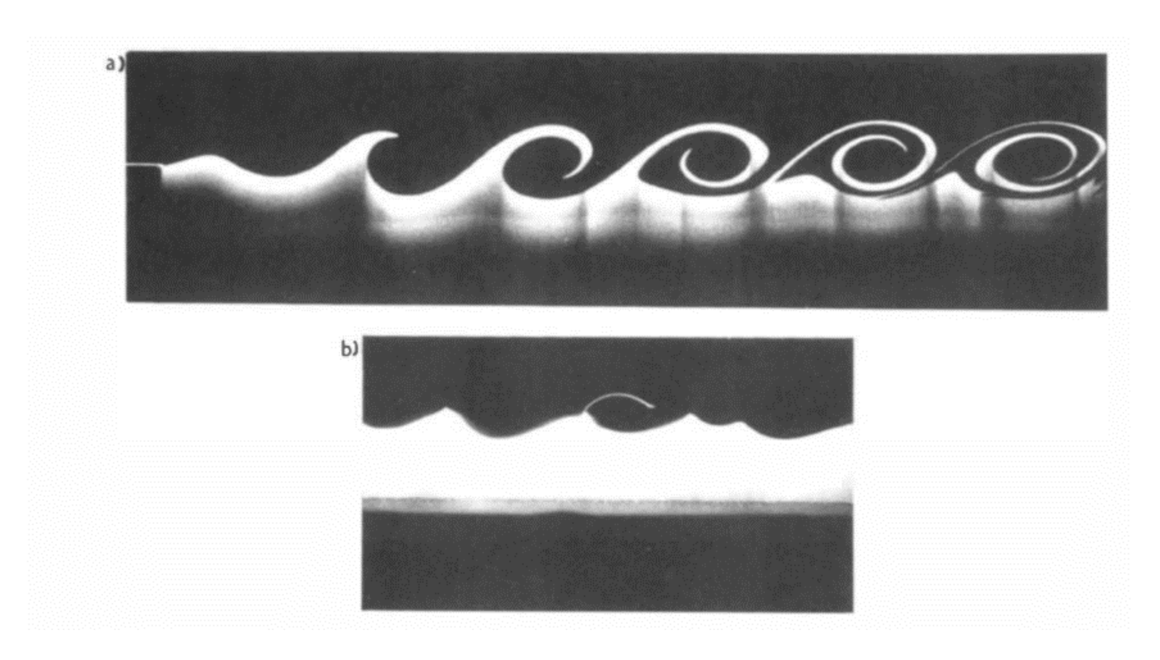


图 5-27 涡旋结构照片（a）KH 不稳定性；（b）Holmboe 不稳定性 **(Strang and Fernando 2001)**

直接数值模拟（DNS）可细致地模拟分层结构，Holmboe 不稳定性的结构如图 5-28 所示，也有实验研究详细地观测了 KH 不稳定性结构，如图 5-29 所示。

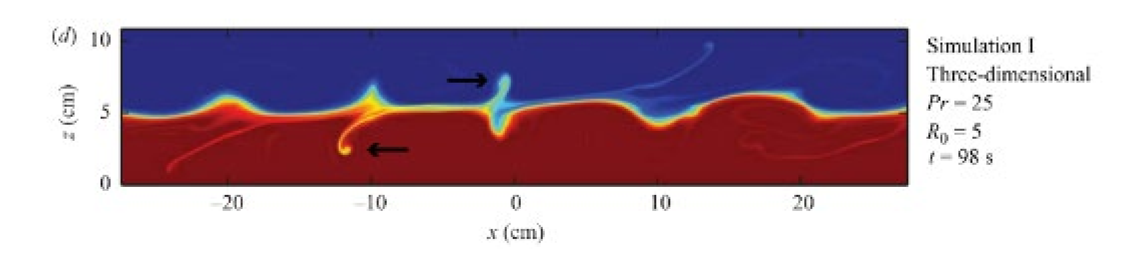


图 5-28 Holmboe 不稳定性下的密度分层 (Carpenter, Tedford et al. 2010)

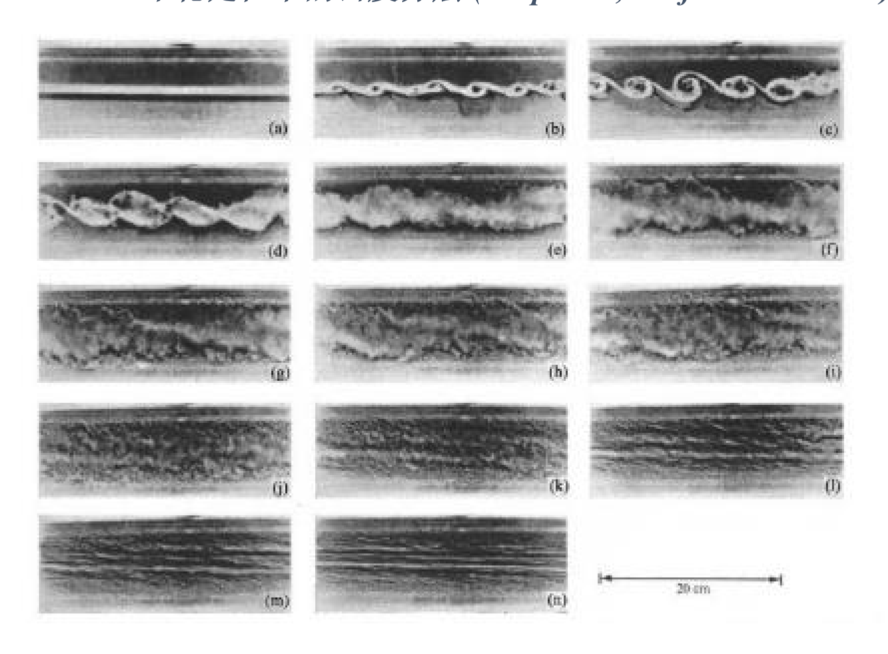
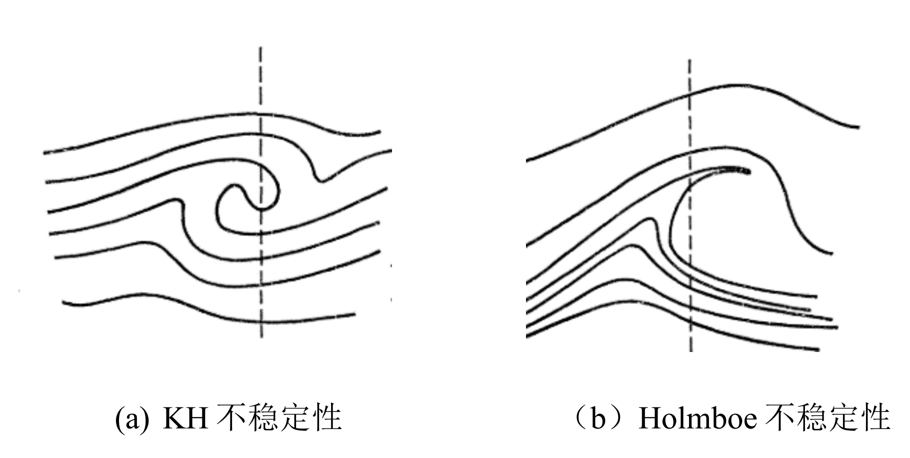


图 5-29 KH 不稳定性发展过程(Thorpe 2007)

另有一系列实验或直接数值模拟研究展现了 KH 不稳定性和 Holmboe 不稳定性在涡旋结构上的差别。图 5-30 展示了分层界面处的等温线在两类不稳定性作用下的差别，可看出 KH 不稳定性会导致等温线的翻转，进而发生程度更大的掺混；而 Holmboe 不稳定性会导致等温线形成“尖角”的结构，伴随而来的掺混效应较 KH 不稳定性更弱，见图 5-31 上、下两行 DNS 模拟结果的对比，分别展示 KH 不稳定性和 Holmboe 不稳定性横向涡度的发展过程。



(a) KH 不稳定性　　（b）Holmboe 不稳定性

图 5-30 涡旋结构对比图 （a）KH 不稳定性；（b）Holmboe 不稳定性

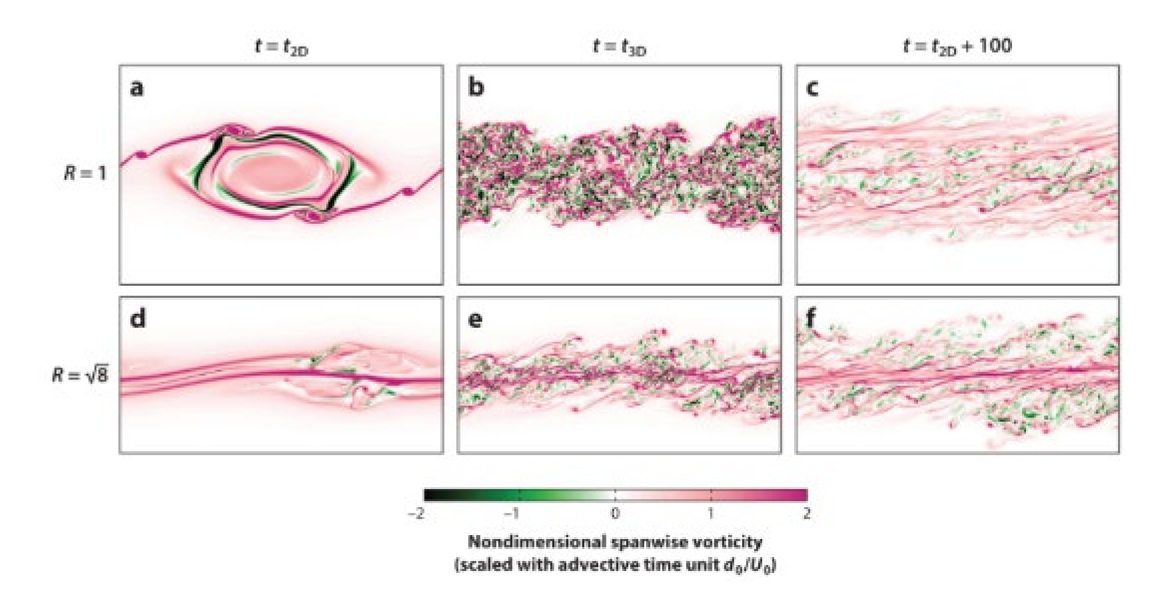


图 5-31 两类不稳定性的横向涡度发展情况，上(a-c)：KH 不稳定性；下(d-f)：Holmboe 不稳定性 (Caulfield 2021)

剪切层厚度与密度梯度层厚度是决定剪切不稳定性是以 KH 不稳定性还是 Holmboe 不稳定性出现的决定性原因。如图 5-32 所示，当剪切层厚度δ_v小于密度梯度层的厚度δ_b的 2 倍时（$\delta_v < 2\delta_b$），不稳定性的主要形式为 KH；当$\delta_v > 2\delta_b$时，则以 Holmboe 不稳定性为主。换言之，当分层足够强（$Ri_g \gg 1/4$）且δ_b足够小时，特征不稳定性才以更特殊的 Holmboe 不稳定性形式呈现(Peltier and Caulfield 2003)

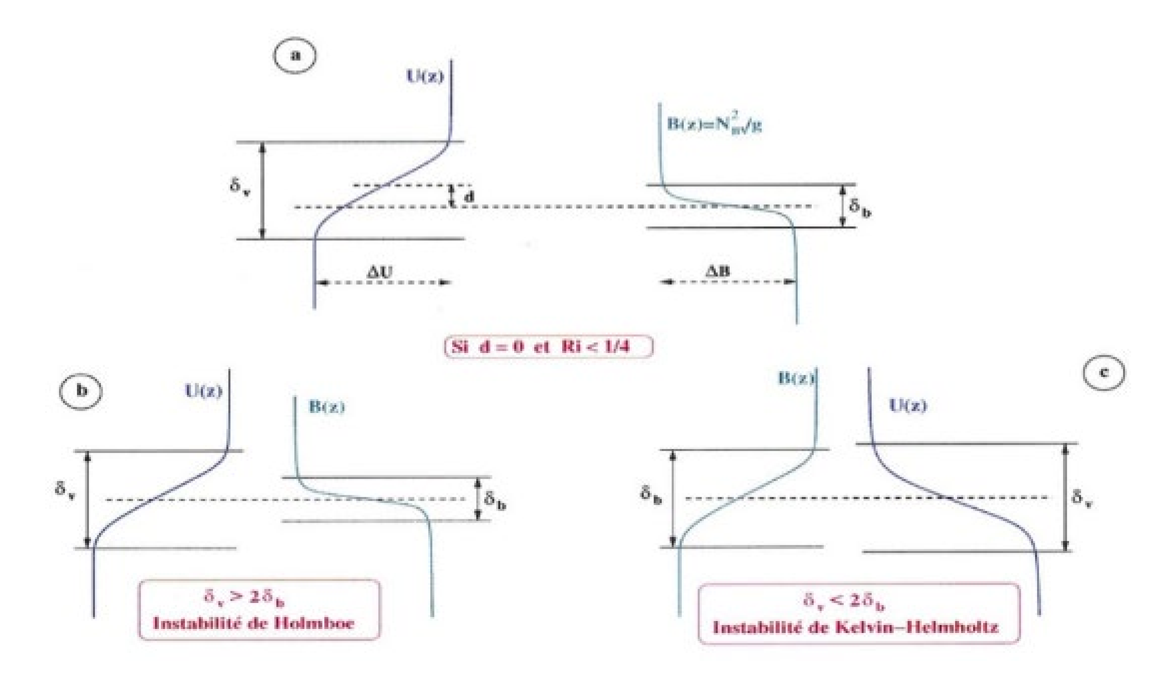


图 5-32 剪切不稳定性特征与剪切层厚度及密度梯度层厚度的关系(Fraunié, BERRABAA et al.)

在一般情况下，Kelvin-Helmholtz 不稳定性导致的掺混强度较大，因为它主要涉及到平行于界面的涡旋，这些涡旋更容易导致流体的混合。相比之下，Holmboe 不

稳定性通常表现为沿密度界面传播的尖峰波，这些波在峰顶时偶尔产生流体丝状物。Holmboe 不稳定性的涡旋结构相对较小，因此掺混强度相对较弱。通过分析独立的流体团块（fluid parcel）在形成稳定的密度分层过程中需要在垂直方向移动的距离d_i可推算出掺混程度，通常使用 Thorpe 尺度（Thorpe length scale）来定义位移长度d_i的均方根（RMS）(Thorpe and Hall 1980)，见式(5-74)。也可使用 Ellison scale（L_E）描述分层流体中湍流混合的强度，Ellison scale 是基于浮力通量定义的尺度，见式(5-75)：

$$L_T = \sqrt{\frac{\sum_i^X d_i^2}{X}} \tag{5-74}$$

$$L_E = \frac{\langle(\rho')^2\rangle^{\frac{1}{2}}}{\left|\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}\right|} \tag{5-75}$$

如图 5-33 所示，在分解为较小规模的湍流、而且在三维运动饱和之后（即$t > t_{3d}$），KH 不稳定性的湍流密度扩散系数略高于 Holmboe 不稳定性，但在各Re_b条件下基本相当。

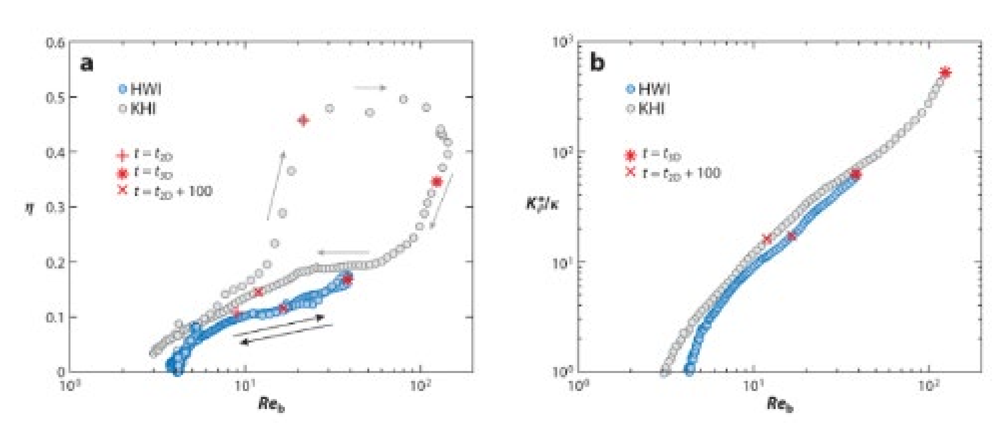


图 5-33 KH 不稳定性与 Holmboe 不稳定性掺混强度对比 (Caulfield 2021)

图 5-34 给出了 KH 不稳定性和 Holmboe 不稳定性发生前后速度与密度梯度的变化情况。

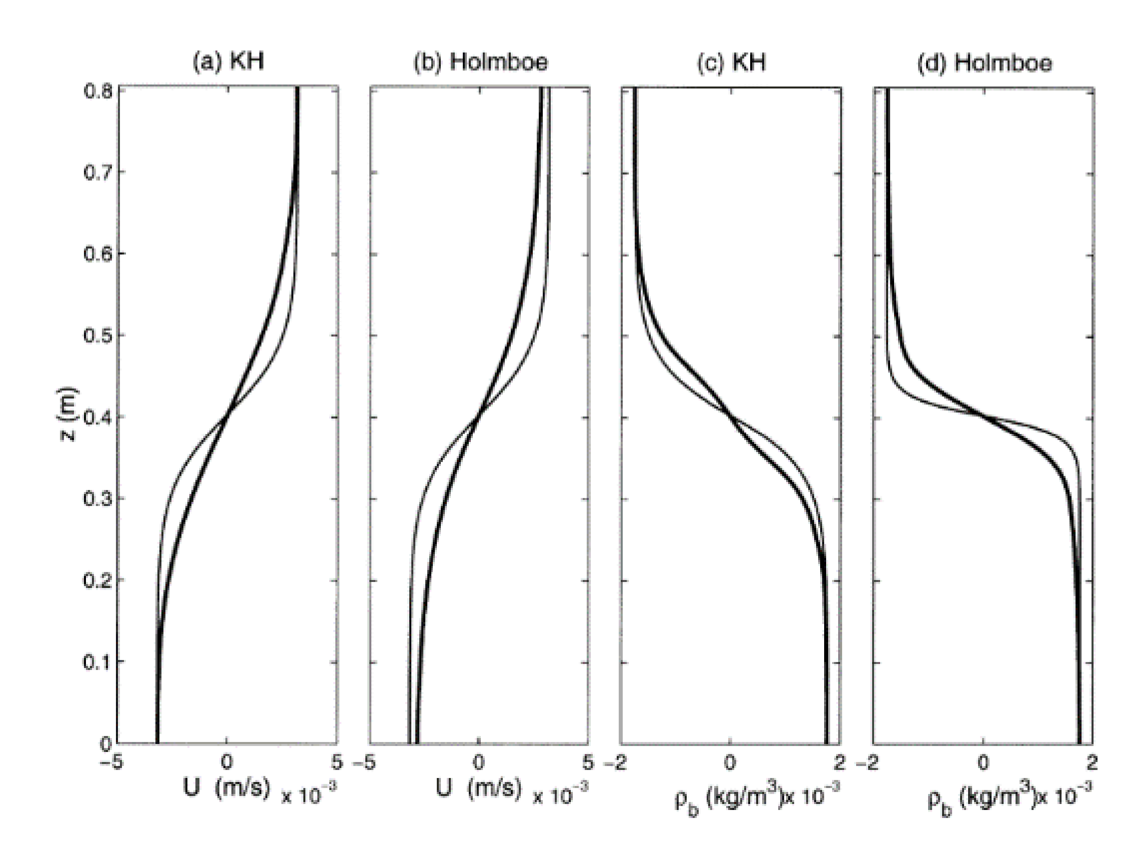


图 5-34 速度与密度分布在不稳定性发生前后的对比 (Lefauve, Partridge et al. 2018)

5.4 内波破碎掺混

内波只能在密度分层的流体中产生，这是因为密度的变化使得流体具有不同的浮力特性，从而导致波动在密度界面上传播。内波的振幅比表面波大几十倍 (朱海, 王玲玲 et al. 2014)；湖泊和水库由于温度分层产生稳定的密度分层，进出水流和表面风可能导致扰动。在具有稳定分层的狭长深水湖泊和水库中，内波也普遍存在，这些内波可能在动力学上较小的湖泊和水库中产生。通常，湖泊尺度的内波会转化为较小尺度的亚湖泊尺度内波。只要这种过程稳定，就不会对垂直物质输送和水环境产生显著影响。目前已知的能够生成内波的最小湖库是位于美国密西根州的 Lake Frain，湖库面积仅有 0.07 km^2，水深约为 9.1 m (朱海, 王玲玲 et al. 2014)。这些发生在水体内部的重力波根据尺度大小分为两类：湖域尺度 （basin scale）内波和亚湖域尺度（sub-basin scale）内波，前者又称为内假潮或内定振波（internal seiche）。湖域尺度内波通常会演变为尺度较小的亚湖域尺度内波，只要这种退化（degeneration）过程是稳定的，就不会对物质的垂向输运及湖库水环境造成实质性影响。如果这种退化过程不稳定，则可能在湖库内部产生剪切不稳定流，进而加强分层水体的垂向混合。由湖域尺度内波演变的非线性 内孤立波朝湖岸方向传播，最终会在岸坡上破碎。

水体稳定分层是湖库内波生成的必要条件之一，外部驱动力是湖库内波生成的

另一必要条件。内波破碎是内重力波达到相对于其长度尺度较大振幅、非线性不稳定并最终破碎的过程，这个过程伴随着非稳态的湍流耗散和掺混过程。内波与不稳定性之间存在密切的关系。在某些条件下，内波可以激发流体不稳定性，从而导致混合和湍流的产生。例如，当内波在遇到海底地形或者与其他内波相互作用时，其振幅可能增大，从而激发不稳定性。一些常见的内波相关的不稳定性包括 Kelvin-Helmholtz 不稳定性（由剪切流引起的不稳定性）和 Holmboe 波不稳定性（由密度分层引起的不稳定性）。

另一方面，不稳定性也可以影响内波的传播和演变。当不稳定性导致湍流和掺混时，它可能改变原有的密度分层，进而影响内波的传播特性。总之，内波和不稳定性之间存在相互作用和影响。

5.4.1 边界掺混

边界掺混又称边界诱发掺混（Boundary-induced mixing），是内波在岸边破碎并导致的垂直密度或温度梯度的破坏过程，在此过程中，较浅的水层以激波的形式向较深的水层推进，形成内部波激波（internal bores）的现象。倾斜的侧壁（如浅滩结构）容易导致内波的破碎。图 5-35 所示为实验室研究中通过使用平面激光诱导荧光图像显示的带有界面内部波破碎的背景双层密度场。图中三个图像（a-c）之间的时间间隔为$t/T = 0.10$，其中波周期为$T = 27$ s。此过程中，湍流强度会从层流发展为紊流，再褪为层流后重复这一过程(Ivey, Winters et al. 2008)。

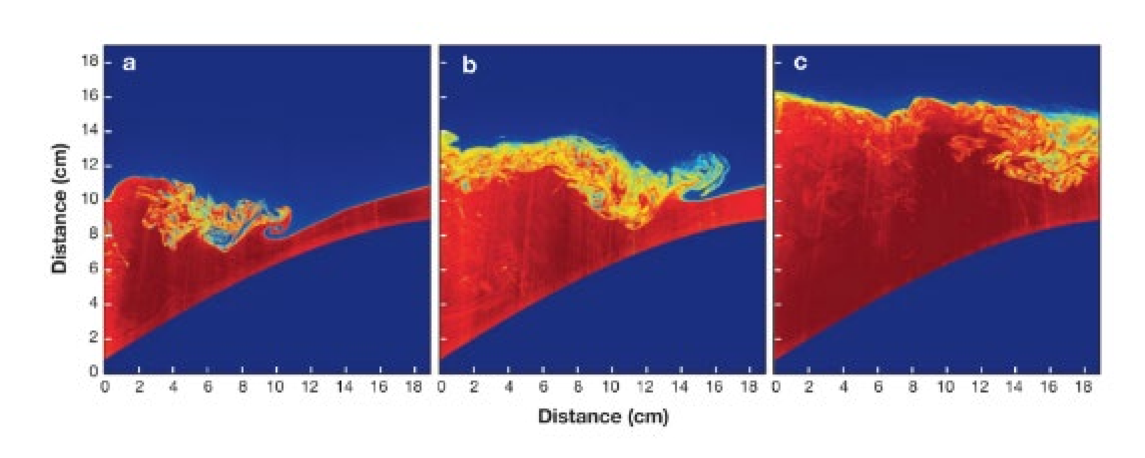


图 5-35 边界上内波破碎的背景双层密度场。(Ivey, Winters et al. 2008)

如图 5-36 所示的边界内波破碎过程中，当波与坡面开始相互作用时，下坡流（downslope flow）和主要集中在前沿面下方的底层（图 5-36a）;与此同时，后沿面变陡（图 5-36b）。然后，前沿面下方的下坡流与后沿面下方的上坡流相互作用，产生初始破碎事件的剪切（图 5-36c）。破碎后，密集流体向上冲上斜坡，在界面处产生剪切不稳定性（图 5-36c-d）。在上坡涌现达到最大上岸位置之后（图 5-36f），密集流体向下回流（图 5-36g-i），并使密度线回到大约初始的水平位置（图 5-36i）。

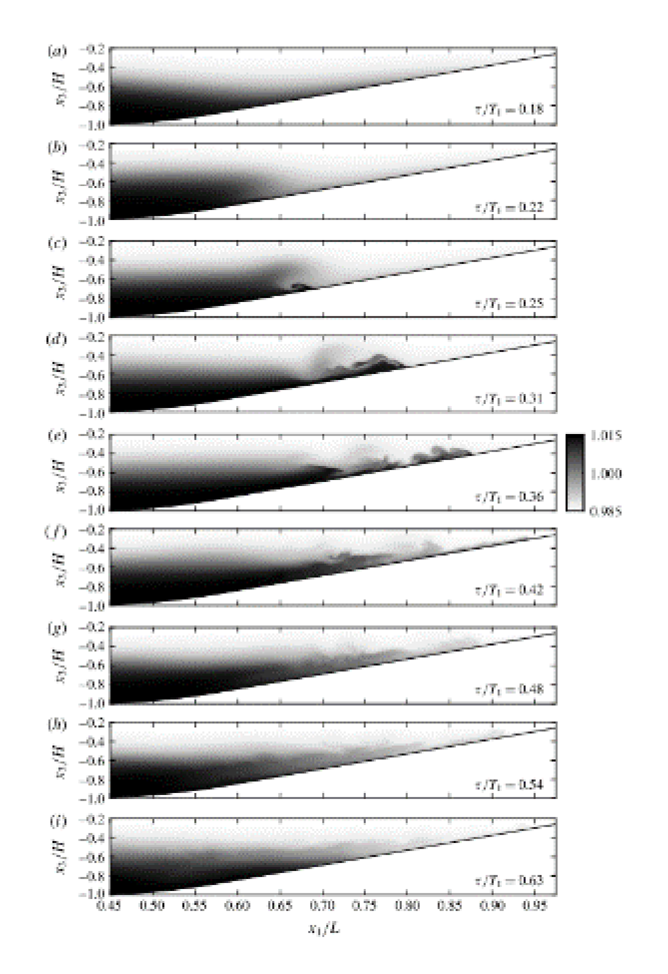


图 5-36 边界内波破碎过程的密度分布变化 (Arthur, Koseff et al. 2017)

根据(Chen, Hsu et al. 2007)在小型内波破碎实验台的观测结果，内波在 30°斜坡上破碎后，分层界面附近发生了掺混，致使密度梯度发生改变，如图 5-37 所示。Wunsch & Ferrari (2004)认为边界处的内波破碎可以解释全球平均海洋掺混比远离地形的开放海域观察到的掺混速率高出 10 倍的现象。内孤立波在斜坡地形上的破碎对于破坏水体密度分层和加强物质垂向输送具有重要作用。在斜坡地形上，内波在浅滩攀临的过程（shoaling）提供了一个重要的能量传递途径，其中不稳定性和破碎直接与湍流耗散相关联(Walter, Woodson et al. 2012)。内波能量损失可以分为两部分：一部分导致上下层流体混合，增加系统势能；另一部分由于湍流耗散为热能。

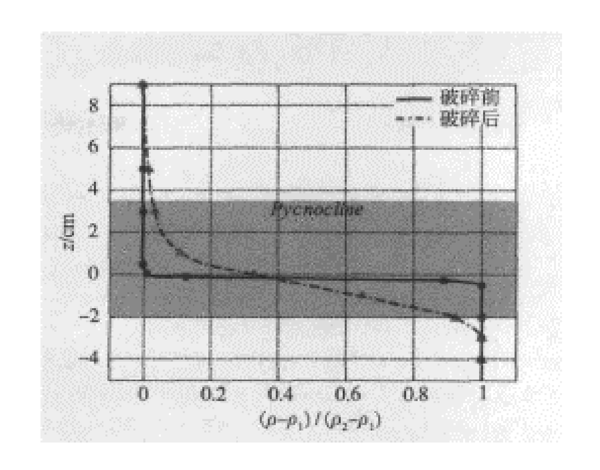


图 5-37 密度分布在破碎前、后的密度分布对比(朱海, 王玲玲 et al. 2014)

斜坡上内波破碎过程的掺混效率（mixing efficiency）的范围大约为0.25~0.37(Arthur, Koseff et al. 2017)。影响掺混效率的主要参数为归一化密度跃层厚度 kδ（normalized pycnocline thickness），其中 k 为水平波数（horizontal wavenumber），δ 为密度跃层厚度（pycnocline thickness）。当 kδ 增大时，剪切不稳定性（以 KH 不稳定性为主）导致的波浪（billow）的尺度相对于内波在上坡过程中激起的浪涌（upslope surge）将更大。在$k\delta \approx 1$（或湍流 Fr 数$\mathrm{Fr}_T \approx 0.4$）时，掺混效率达到最大值，如下图所示。

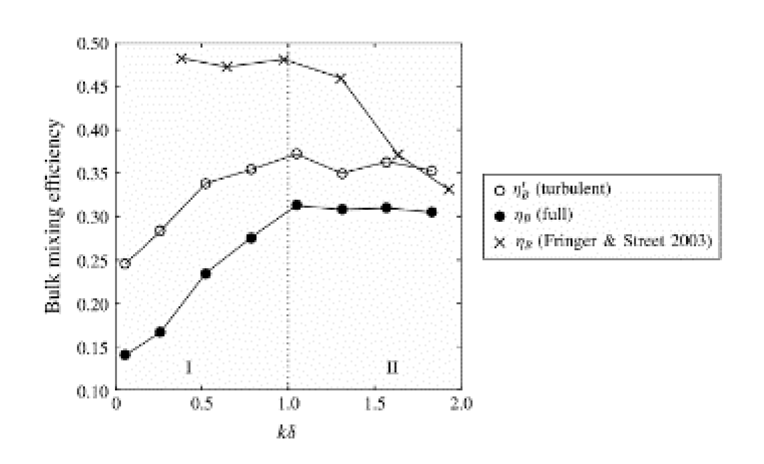


图 5-38 整体掺混效率与kδ关系示意图 (Arthur, Koseff et al. 2017)

内波破碎导致的掺混过程也可用湍流扩散系数K_ρ及无量纲 Cox 数描述，Cox 数定义见下式。(李丙瑞 2006)通过数值模拟研究得出C_x在破碎阶段约为 10。

$$C_x = \frac{K_\rho}{\kappa} \tag{5-76}$$

5.5 自然温度分层水体的掺混特性

5.5.1 分层特性与掺混成因

很多关于湖泊分层特性的研究都开展于位于苏格兰的尼斯湖，尼斯湖的形状为狭长形（见图 5-39），与荣成可能实施的跨季节蓄热水库相似，尼斯湖的水体体积约为 7.4 km^3，平均深度约为 140 m。

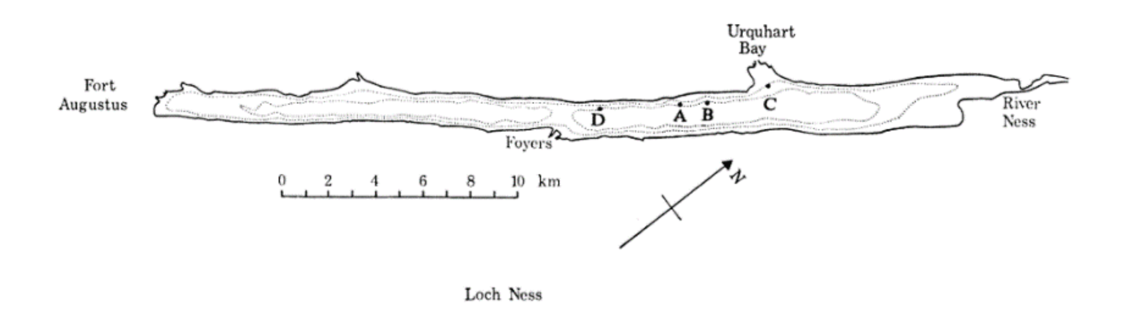


图 5-39 尼斯湖形状示意图 (Thorpe and Deacon 1977)

如图 5-40 所示，研究发现湖泊多个位置都呈现相似的垂直向温度分布特性 (Simpson and Woods 1970)：湖泊表面至距离湖面 30 m 的上表层内，水体温度保持均匀一致的状态；30~30 m 深处温度梯度变得陡峭，此处为分隔上表层和下表层的斜温层；35 m 以下为深水层（或称湖下层或湖底静水层），此处存在温度梯度，但相较斜温层而言要小得多。

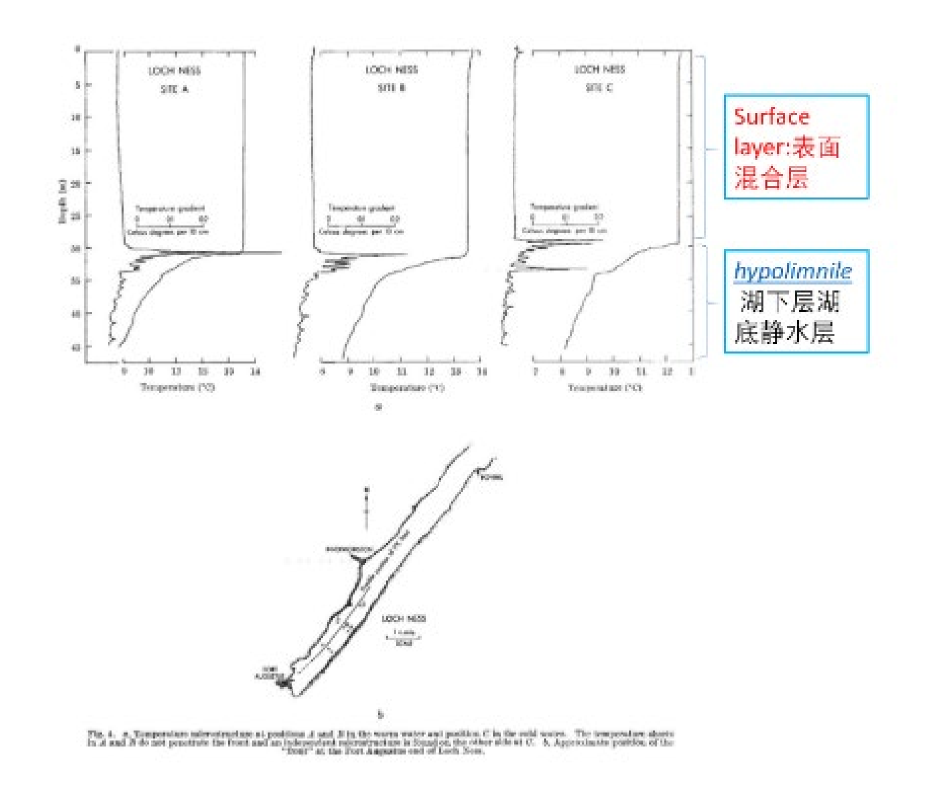


图 5-40 尼斯湖垂直向温度分布 (Simpson and Woods 1970)

图 5-41 汇总了导致湖泊内部冷热掺混的主要原因。上表层内，风引起的湍流涡旋（turbulent eddies）和表面冷却以及风引起的流动在全年各个时期都会发生。其他过程只在水体分层时发生。特别是内波与地形的相互作用导致的不稳定性和掺混。

上表层。在多数湖泊或水库中，导致垂向掺混的最主要的动能来源是风，河流入流带来的动量仅占整体输入量的很小一部分(Fernández Castro, Wüest et al. 2021)。风搅拌（wind stirring）现象会加深斜温层，风引起的湍流涡旋和表面冷却以及风引起的水流在全年各个时期都会发生。对流和风吹造成掺混的影响比较显著、掺混较均匀。

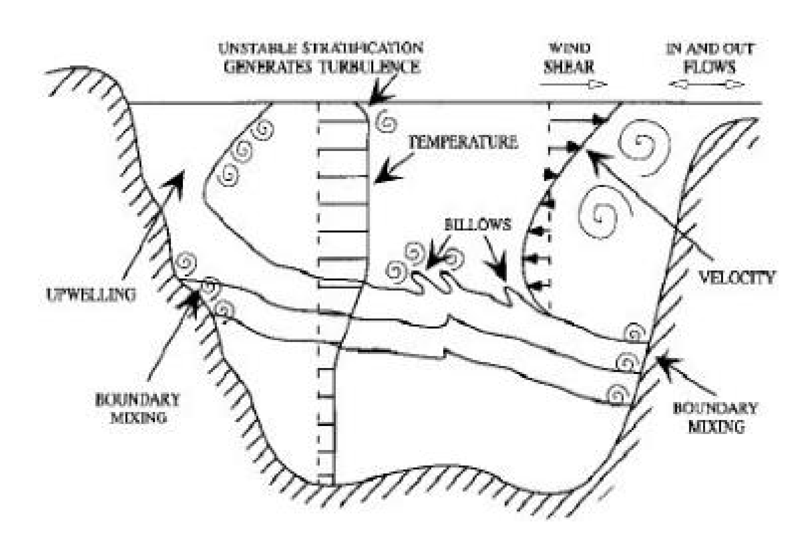


图 5-41 湖泊中的自然温度分层与掺混现象(Macintyre and Jellison 2001)

斜温层。斜温层的主要内部特征是一系列厚度较薄且呈现层流状态的水层，这些水层之间由弱湍流层隔开(Woods 1968)。斜温层会由于实际的流动情况改变温度分布结构和厚度(Chandra and Matuska 2019)。

深水层。然而，仅靠湖面风输入的动能无法使较深的湖泊或水库实现完全混合。在夏季初温度分层强度还较弱时，湖面风带入的动能通过垂直方向的动量传递过程形成温度梯度较小的深水层垂直结构（vertical hypolimnion structure），但当强分层形成后，风就无法显著地该改变已经形成的深水层结构。因此，只有非常浅的水域（不超过几米深）在整个夏季季节都不会出现分层结构，也就不具备深水层(Fernández Castro, Wüest et al. 2021)。

另一类掺混现象则呈现间歇性和局部性，此类掺混过程会形成不连续的温度分层。导致此类掺混现象的主要原因是由剪切流产生的湍流涡旋（例如 KH 波状结构）的“触发”与破碎。许多研究在与蓄热水库体型相似的尼斯湖中，发现了 K-H 波存在的相关证据(Thorpe and Hall 1974)。(Thorpe, Hall et al. 1977)将在尼斯湖中观察到的波纹与实验室实验中的观察进行了比较，得出它们是由 Kelvin-Helmholtz 不稳定性引起的结论。

K-H 波是 K-H 不稳定性发展的结果，在湖泊和海洋中，当湍流的垂直剪切与流体层之间的密度梯度（如海洋中的斜温层）相互作用时，可能会观察到 K-H 波。这些波状结构在不稳定性生长期间翻转并最终瓦解，导致湍流掺混并改变最初的密度梯度。K-H 波（K-H billow）是一种瞬态现象，在不断变化的水体速度场和温度场中，K-H 波能会多次发生和消失。图 5-42 所示为分层水体斜温层附近 K-H 波发生过程中可能出现的各类现象的示意图，水平位置 D、E 为波的生长初期，分别出现了翻转和螺旋的生长现象，F-G 的过程为湍流出现的过程，最后 H 处形成了充分掺混的湍流层，从状态 D 发展到状态 H 大约需要 300 秒的视角，对应 3τ（$\tau=\frac{\Delta u}{g\Delta\rho}$）。

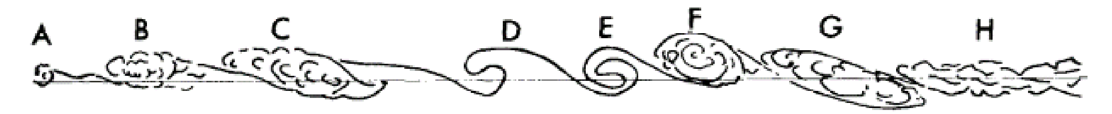


图 5-42 等温线表示的不稳定性发展各阶段示意图（该记录对应于总水平长度为 25.8 米）(Thorpe and Hall 1974).

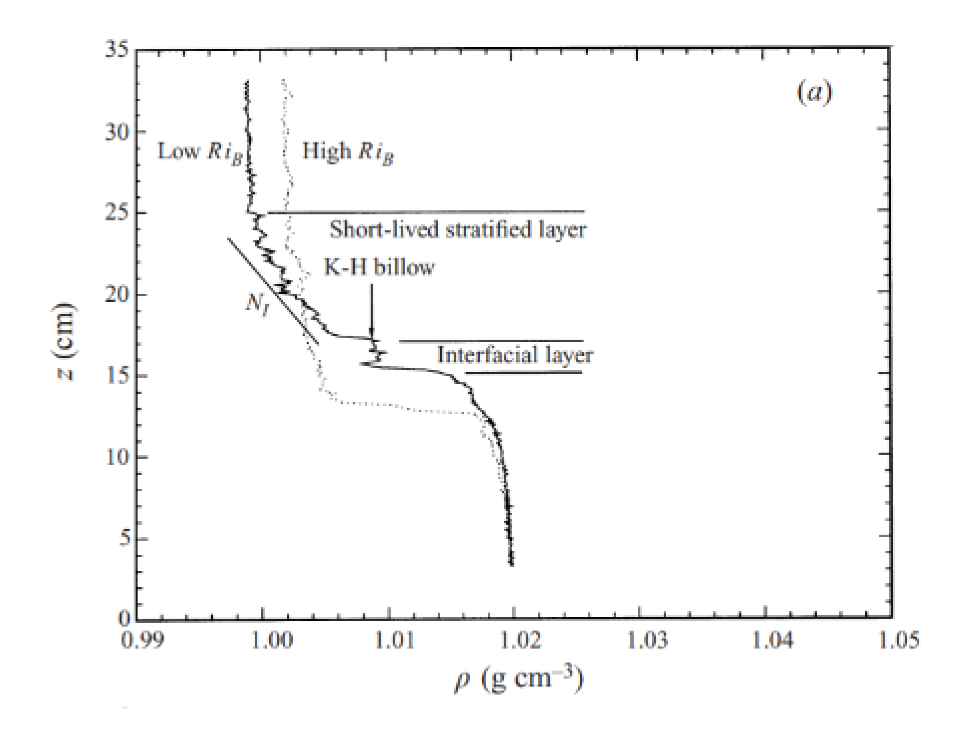


图 5-43 不同分层强度（Ri_B）下上表层、斜温层与深水层的密度分层情况（实线：Ri_B ≈2.5；虚线：Ri_B ≈5.2）(Strang and Fernando 2001)

如图 5-43 所示，在分层强度较低时（Ri_B ≈2.5）由于 K-H billows 导致的快速发生的局部湍流掺混作用，出现了一个瞬态的中间层（interfacial layer），该中间层的温度均一，与相邻并存在较大温度梯度的斜温层呈现显著不同的分层特性。K-H billow 的瓦解（breakdown）会促进分层流体的局部掺混，并形成了温度梯度更小、厚度更厚的斜温层，在此层中，由于分层强度小（浮力密度小），又易发生界面不稳定，形成新的 K-H billow 和掺混(Strang and Fernando 2001)。

另一方面，当深水层的流速较大时，需要考虑水体底部由于阻力作用形成的边界层（bottom boundary layer）处的湍流。特别当深水层的厚度较小时，底部边界层带来的影响会更明显 (Gorham and Boyce 1989)。

5.5.2 掺混强度

在现有的湖泊和海洋掺混情况研究中，无法直接测量掺混的强度参数，如等效热扩散系数。因此，几乎所有对海洋湍流微结构的实测研究都测量耗散率ε，并依靠间接方法来确定掺混过程(Ivey, Winters et al. 2008)。然而，大约 90%的总动能不会对浮力流产生作用，因此也不会对掺混产生直接影响，其实际作用是通过粘性耗散转化为内能。

可以直观描述掺混强度的关键参数之一为垂直向的扩散系数K_z（单位：m^2/s）。那么，掺混强度参数化的根本问题就是找到K_z与描述分层水体特性参数的函数关系。这些特征参数可大致分为三类：（1）流体的热物性参数（动力粘滞系数 ν 和热扩散系数α）；（2）分层流的状态（N 和 S）；以及（3）湍流的性质（TKE 和$\mathcal{E}$），见 5.3.1 节。

一些实测研究针对具体的湖泊给出了扩散系数的大小范围。对于 Castle Lake (位于 Siskiyou County, California，湖泊面积约为 0.2 km^2，最深深度为 35 m)，其深水层平均K_z约为 2×10^{-2} cm^2/s，约为分子热扩散系数的 14 倍，这表明即使在表水层以下，湍流罗伞也发挥着主导的掺混作用(Jassby and Powell 1975)。(Okoye 1971)归纳在明渠流中，垂向扩散系数可由式(5-77)表示，其中 a 为常数，约等于 0.067，u*是摩擦速度，d 为流动深度。(Tennekes, Lumley et al. 1972)也表明垂直向的湍流扩散系数K_z，和湍流速度（turbulent velocity）与长度尺度（length scale l）呈正相关的关系：K_z~ul；当长度尺度很小时，K_z也很小，垂直湍流扩散的程度就很有限。

$$K_z = \alpha u_* d \tag{5-77}$$

尽管深水层与上表层之间存在斜温层，使得它们相互隔离，但仍在深水层中仍观察到强烈且零散的局部混合现象，相应的涡流扩散系数主要是由湖泊底部形状、大小以及水体的稳定性（即密度分层）影响。当湖泊面积较大时，湖泊底部形状的复杂性可能会增加，导致涡流扩散系数增大。最大的下温层涡流扩散率范围从大湖泊（Lewis 1983）的 8.64 m^2/day——约为水本身扩散系数的 700 倍，到小湖泊（Hondzo 等人 1991）的每天 0.086 m^2/s——约为 7 倍(Hondzo and Stefan 1993)。图 5-44 所示为 10 个湖面面积不等湖泊的深水层垂直扩散系数关于湖面面积的函数关系，具体关系式见式(5-78)与式(5-79)。

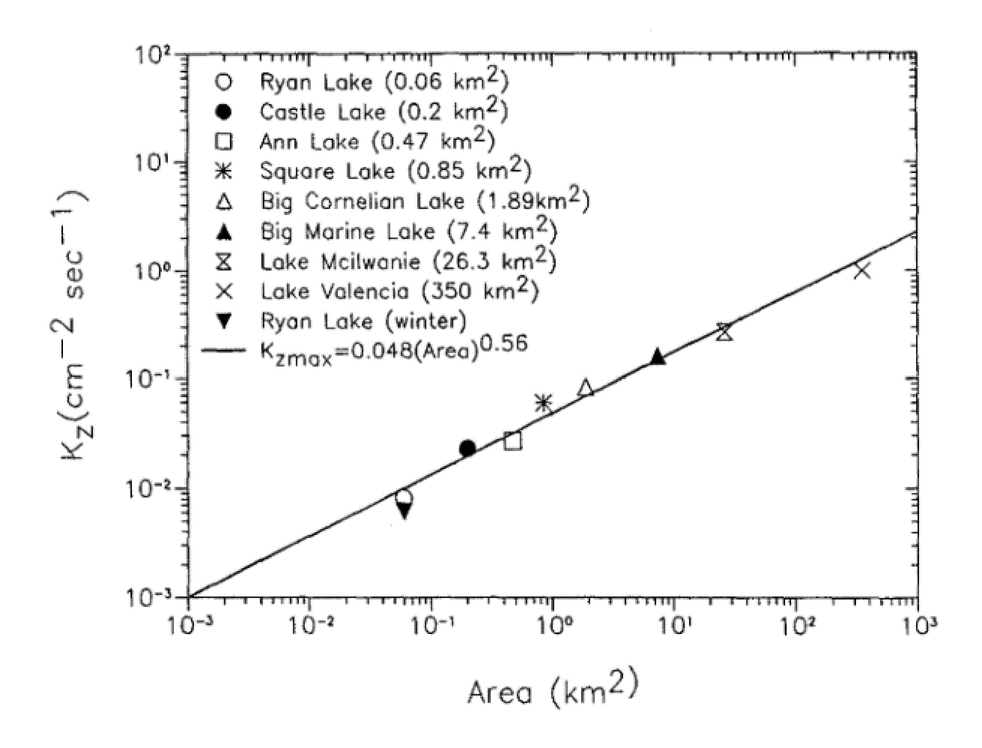


图 5-44 深水层最大湍流扩散系数与湖泊表面积的关系 (Hondzo and Stefan 1993)

$$K_z = \alpha(N^2)^{-\gamma} \tag{5-78}$$

$$K_z = 8.17 \times 10^{-4}(A_s)^{0.56}(N^2)^{-0.43} \tag{5-79}$$

表 5-6 列举了湖泊、海洋不同分层区域内掺混的典型情况。虽然水体表面、以及靠近水体边界处和底部的扩散系数较大，但在原理湖底边界层的水体内部和湖泊斜温层内的扩散系数最大也仅为分子热扩散系数的几十倍。这也与我国研究学者的结论相吻合：如(范乐年，柳新之 1984)认为斜温层内部及更深处的深水层（hypolimnion）几何尺度虽大但流速一般很低，又收到垂向的温度梯度抑制，因此垂向的湍流热扩散系数不大，约为分子热扩散系数的 10~100 倍(范乐年，柳新之 1984)，应与 *Ri* 数有关。在温度场模拟中，如果按分子热扩散系数来计算的话，可能导致热扩散偏小的问题。但是当入流掺混作用较强时，即使将热扩散系数取为零也不至于影响过大。

表 5-6 分层水体的典型掺混、稳定性、扩散系数范围(Fernández Castro, Wüest et al. 2021)

	耗散率 ε (W/kg)	浮力频率 N^2 (s^{-2})	扩散系数倍数（低值）	扩散系数倍数（高值）
海洋斜温层 (Ocean thermocline）	10^{-10}~10^{-8}	~10^{-4}	21	210
水体表面	10^{-6}~10^{-9}	0~10^{-5}	70	69930

(Surface layer)				
湖泊内部（远离湖底边界层处）Lake interior only (without BBL)	10^{-12}~10^{-10}	10^{-8}~10^{-3}	1	70
斜温层 Metalimnion (basin scale)	10^{-10}~10^{-8}	~10^{-3}	1	35
近岸处斜温层 (Near-shore metalimnion）	10^{-10}~10^{-6}	~10^{-3}	210	2098
深水层 Deep hypolimnion (basin scale)	10^{-12}~10^{-10}	10^{-8}~10^{-6}	21	2098

另一个描述掺混特征的参数是温度方差耗散率（rate of dissipation of temperature variance）。Ocean Mixing Group 研究组织收集了大量海洋、湖泊掺混情况的数据，该数据库名为 geophysical fluid dynamics (GFD)；如图 5-45 所示，一组典型数据的热方差耗散率（χ-T）的典型范围可能在 10^{-11} 到 10^{-6} K²/s，热扩散系数（K_T）的范围大致在 10^{-7} 到 10^{-4} m²/s，分层水体内的温度梯度$\partial T/\partial z$ 大致在 10^{-3} 到 10^{-1} K/m 这个范围内，这与蓄热水库斜温层处的温度梯度（~10 K/m）有显著不同。

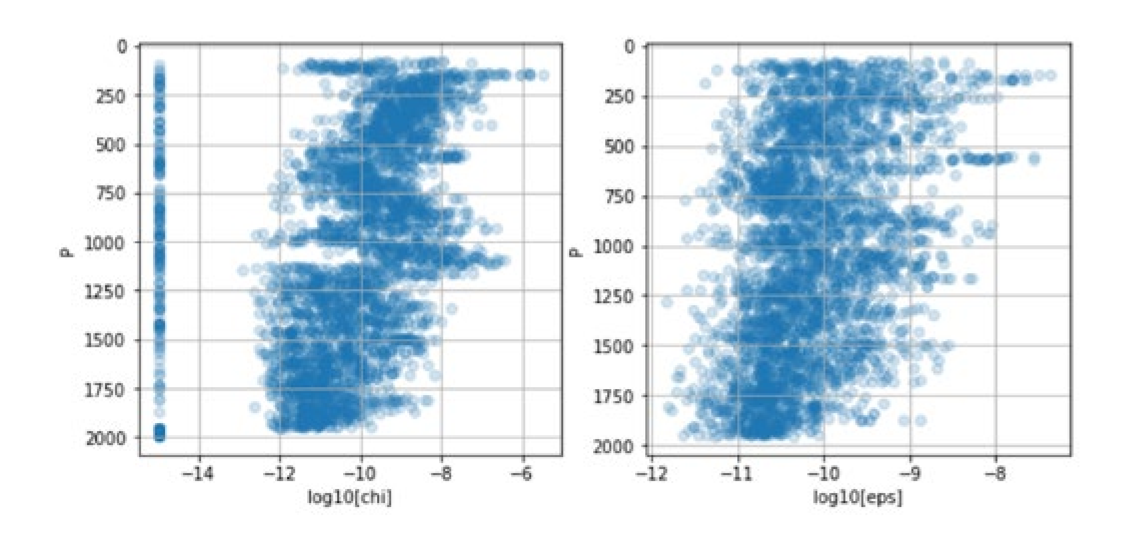


图 5-45 湍流扩散系数（ε）和温度方差耗散率（χ）的实测数据[数据来源：GFD]

导致深水层垂向扩散系数高于分子热扩散系数的主要原因是剪切不稳定性导致的湍流涡旋。在Ri_B数（基于布辛涅克数的 Richardson 数）较低时，Kelvin-Helmholtz（K-H）不稳定性是主要的掺混机制。在这种情况下，掺混率与Ri_B成正比，在这个范围内，剪切应力足够强大，以克服稳定的密度分层，导致 K-H 不稳定性的发生。随着Ri_B的增加，K-H 不稳定性逐渐减弱，当$Ri_B > 1.5$（相应的$Ri_G > 0.09$）时，Holmboe 不稳定性成为更可能出现的不稳定性。尤其是在$Ri_B > 1.5$的范

围内，K-H 不稳定性被抑制，而 Holmboe 不稳定性成为更为重要的现象。在实际自然水体中，可能会同时发生多种不稳定性，以及其他影响混合的过程。

总的来说，分层和掺混深度显然受到表面积和最大深度等几何因素的影响(Gorham and Boyce 1989)。混合层厚度与长度的纵横比是决定性因素。大型和中型湖泊在表层和底层混合层中经历较强的耗散和掺混(Alfred Wüest 2003)，由于水体的水平范围有限，波动引起的复杂性在湖泊、水库和河口水域比在开放海域更为明显(Alfred Wüest 2003)。(Gorham and Boyce 1989)提供的方程用于描述湖泊的温跃层条件：对于表面积小于 25 平方公里的湖泊，温跃层深度$h \cong 2.0\left(\frac{\tau}{g\Delta\rho}\right)^{1/2} L^{1/2}$；分层湖泊的温跃层深度与湖泊的表面积呈正相关。

然而，蓄热水库的冷热掺混和斜温层发展情况的主导因素可能是人工布液设计。在湖泊和海洋学研究中，尚未涉及如此大的密度梯度情况。而且，在强分层时，Gamma 的变化情况仍无统一结论（Caulfield 2021），因此，由自然分层水体分析得到的掺混情况可能无法直接应用于蓄热水库分析。

5.6 蓄热水库与湖泊、蓄热水罐掺混情况的异与同

蓄热水库的水体规模与中型湖泊相当，但是垂直向的温差（≈70K）远大于自然水体中可能出现的情况（≈15 K）；另一方面，蓄热水库的温差与蓄热水罐相当，但蓄水量却比后者大 3~6 数量级，因此掺混情况既存在相似的方面，也具备很多不同。分层流也可以分为两种类型：一种是密度不同的流体有明显的内部分界面（interface）；另一种是相互掺混形成连续的密度场。

5.6.1 蓄热水罐分层与掺混特性

总得来看，水罐蓄热特点是水罐体积小，蓄热周期短（非季节性），因此流量相对于蓄热体体积的比值较大。常见水罐蓄热的进出水口设计有以下几类：

（1）孔板射流设计。该设计可减少轴向流动的不均匀分布，并且湍流导致的掺混强度会随着距孔板距离的增加而衰减。如图 5-46 所示，距离 L 指的是孔板到射流完全合并、平均速度完全达到均匀状态的距离；在 L/2~3 L 的范围内，会形成一个充分掺混的区域并形成斜温层，也就是射流掺混（jet mixing）区域。总得来看，设置孔板虽然会导致射流掺混，但是由于充分掺混后水平向的速度梯度完全被消解了，因此不容易形成剪切不稳定的情况。

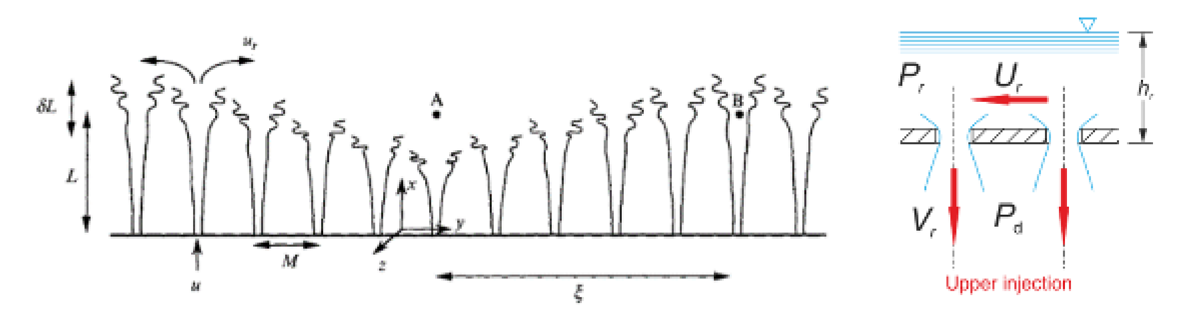


图 5-46 蓄热水罐孔板射流示意图 (Villermaux and Hopfinger 1994)

轴向温度分布的表达式由式(5-80)表示，湍流强度$\frac{\alpha_{turb}}{\alpha}$（热扩散系数扩增倍数）随距出流口距离变化可表示为式(5-81)(Pilotelli, Grassi et al. 2022)。

$$\frac{T_m(\tau) - T_L}{T_H - T_L} = 1 - e^{(-\frac{w\tau}{3L})} \tag{5-80}$$

$$\frac{\alpha_{turb}}{\alpha} = A\frac{C_\mu \mathrm{Pr}\ \mathrm{Re}_{wz}}{n\mathrm{Pr}_{turb}}(\frac{L}{z})^{1-n}[(\frac{\tilde{x}}{L}) - (\frac{x_0 - 3L}{L})]^{1-n} \tag{5-81}$$

（2）圆盘布水器设计。是一种设计用于减少不同温度或密度流体之间的混合，圆盘分水器的主要功能是在进口处引导冷热流体分层，从而尽量减少它们之间的直接接触和掺混。圆盘布水器设计形成了基于包围机制的进流掺混效应（engulfment mechanism-inlet mixing）(van Berkel, Rindt et al. 2002)。

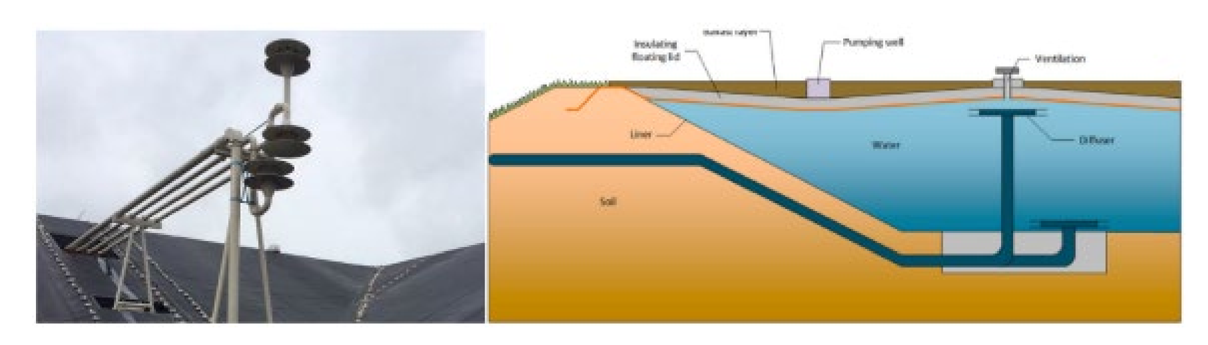


图 5-47 丹麦深坑蓄热圆盘布水器设计 (Gram)

一些蓄热水库模拟研究使用商用 CFD 软件模拟了圆盘分水器的运行效果，但是并没有对具体的掺混机制进行深入的分析。例如，(Chang, Wu et al. 2017)使用 2D 模型模拟了 40-min 流动情况，但并没有解释清楚边界处由于热损失而冷却的水是如何与分层水体掺混的。(Jianhua Fan 2017)使用 3D 模型模拟 75000 m^3 蓄热水坑，计算时间为 1 天；研究发现了布液口附近的流动特性，但没有关注整个蓄热周期斜温层的发展情况。模拟结果显示，分水器下部的冷水会被卷吸向上流动并与出流热水发生掺混，见图 5-48。

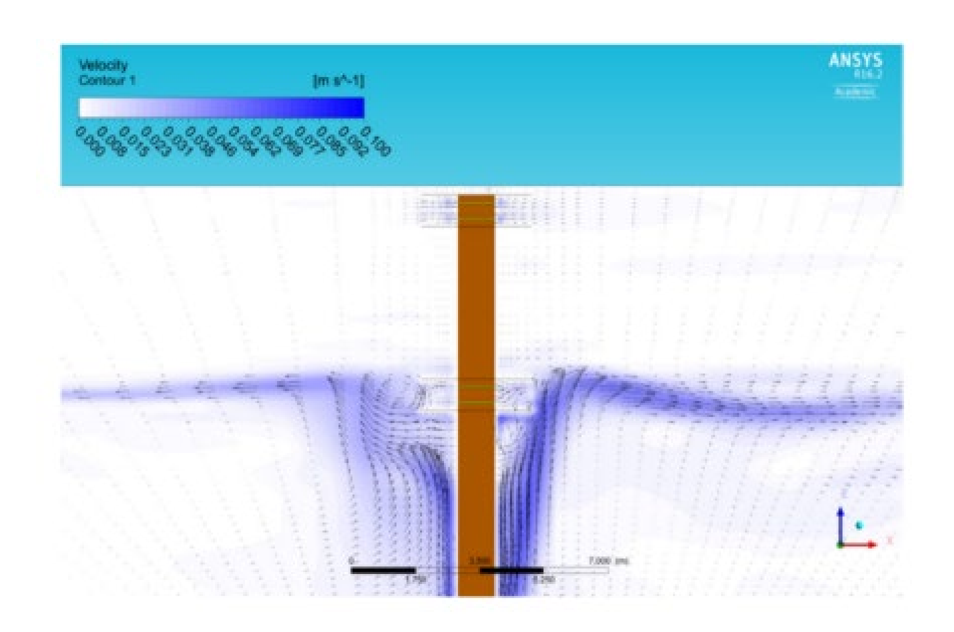


图 5-48 丹麦深坑蓄热体圆盘布水器周围流场模拟结果 (Jianhua Fan 2017)

（3）八边形型、环型布液器。如图 5-49 所示，一些大型蓄冷水罐采用八边形型布液器实现进出水流在罐体横截面上的均匀分布。此类布液器同样会导致附近区域的射流掺混（jet mixing）。

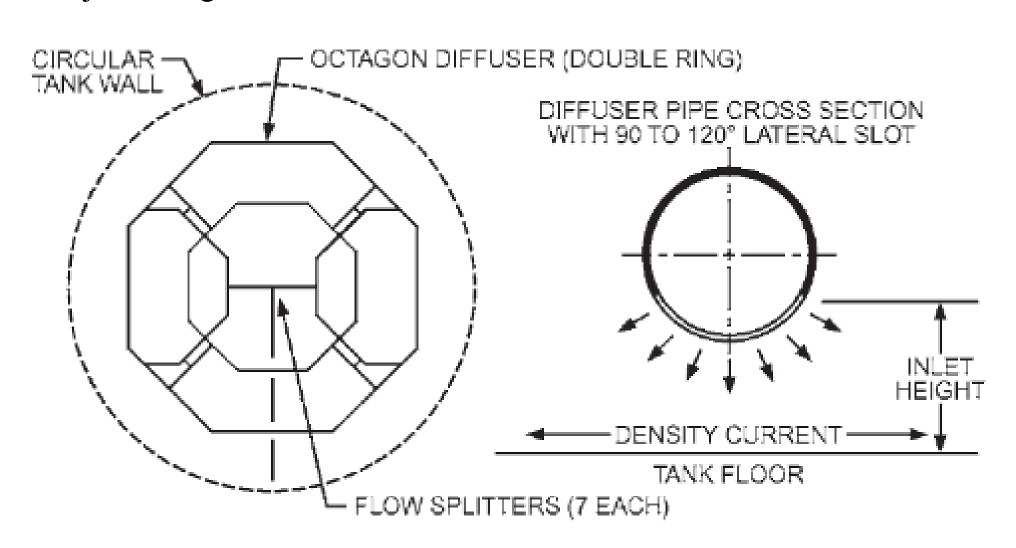


图 5-49 蓄冷水罐布液器常见设计 (ASHRAE 2012)

(Zurigat, Liche et al. 1991)通过实验研究分析了小型蓄热水罐中不同布液方式导致的掺混效果，并给出了罐体轴向的水体温度和热扩散系数扩增倍数（ε_{eff}）的分布情况。图 5-50 展示了采用冲击射流（impingment jet）进行布液式，ε_{eff}随无量纲高度 H^*的变化情况；ε_{eff}由式(5-82)中列举的经验公式计算而来。

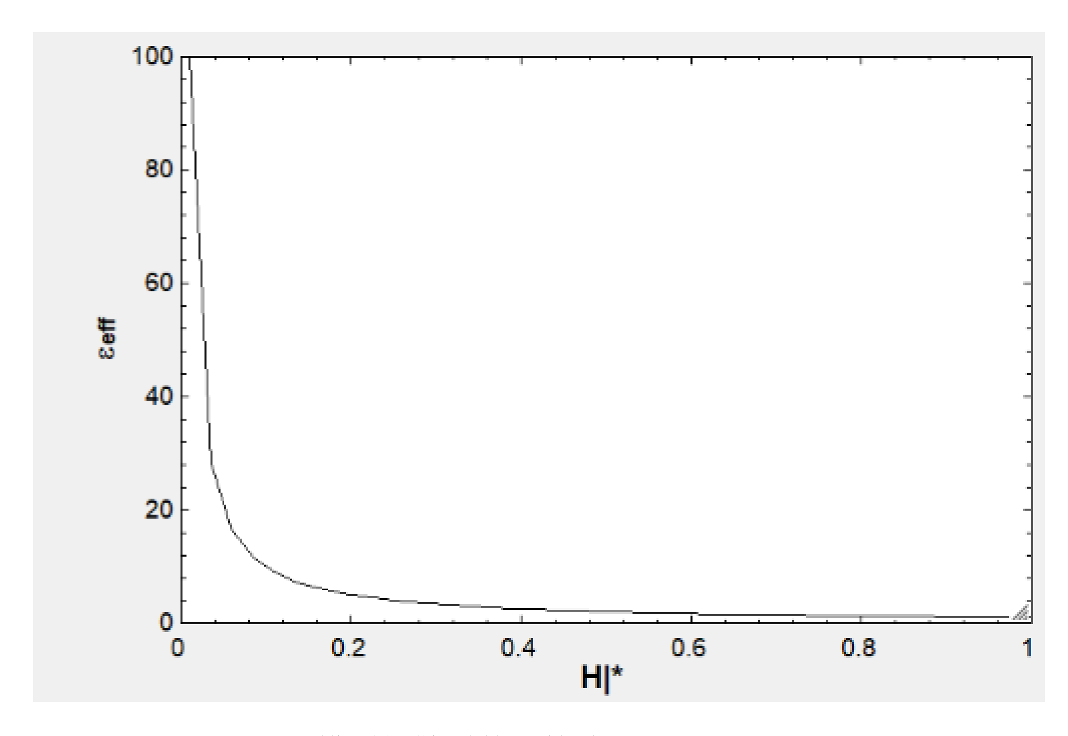


图 5-50 Zurigat 模型扩散系数计算结果(Zurigat, Liche et al. 1991)

$$\frac{\partial T}{\partial t}+v\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\varepsilon_{eff}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{UP}{A\rho c_p}(T_a-T)$$
$$\varepsilon_{eff}=\frac{A}{N_{st}}+B$$
$$A=\frac{(\varepsilon_{eff}^{in}-1)}{(1-1/N_{st}})\tag{5-82}$$
$$B=\varepsilon_{eff}^{in}-A$$
$$N_{st}=H/(V_m\Delta t)$$

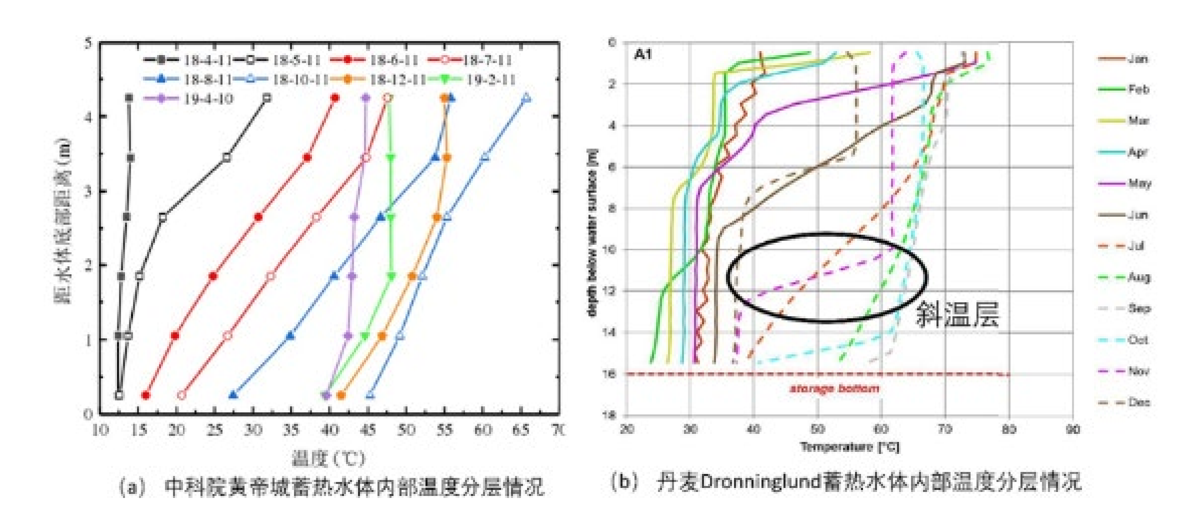
5.6.2 人工温度分层水体特性

由于世界范围内万 m^3 级别以上的大规模跨季节水体蓄热工程不足 10 项(Xiang, Xie et al. 2022)，因此可获取的数据资源也十分有限。目前文献中可获取的跨季节蓄热水体内部温度分层情况的测量数据的仅有：

（1）中科院电工所在张家口黄帝城建设了体积为 3000 m^3 的蓄热水体(Bai, Wang et al. 2020, 李晓霞 2021)，并通过铅垂向间隔为 0.8 m 的温度布点研究水位总高度为 5 m 的水体的温度分布，结果表明垂直向温度分布呈现线性的情况，水体内未能形成明显的斜温层分隔开冷、热水部分，见图 5-51(a)。

（2）丹麦 Dronninglund 蓄热水体的体积约为 60000 m³，内部温度测量结果显示水体仅在取热阶段前期（10~12 月）形成了较为明显的斜温层(Schmidt and Sørensen

2018)，而且斜温层厚达 2~3 米，见图 5-51 (b)。理论计算发现该斜温层厚度远大于仅由斜温层仅由热传导导致的情况。以上两个前驱实验研究证明了水体蓄热的可行性，并展现了蓄热水体内部的实际温度分布情况，但还未针对测量结果所反映的冷热掺混现象进行深入的机制探讨。



(a) 中科院黄帝城蓄热水体内部温度分层情况　(b) 丹麦Dronninglund蓄热水体内部斜温层分层情况

图 5-51 实际水体蓄热工程内部的温度分布情况

冷却池是人工过程，垂直温差较湖泊更大。冷却池可分为深冷却池和浅冷却池。冷却池也存在表面掺混严重，但是底部湍流掺混可忽略不计的情况。(Stolzenbach and Harleman 1971)。布水时存在一个布水维度的问题。

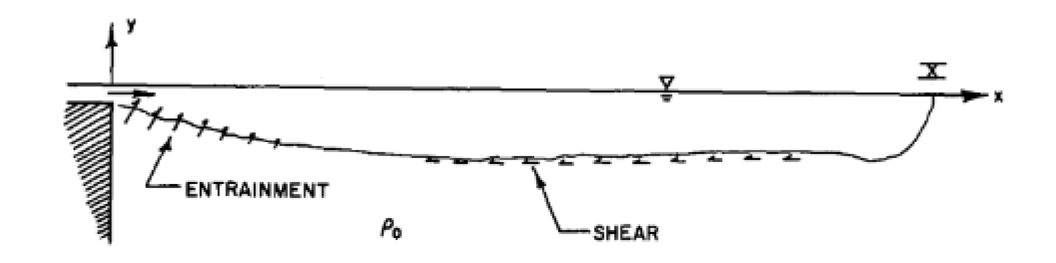


图 5-52 冷却池进流处流动现象示意图(D R F Harleman and Stolzenbach 1972)

总之，蓄热水库内部的流动过程和传热过程是较为复杂且耦合的过程，需要在明晰各类流动现象的基本原理的基础上，构建一个合理简化、并能基本准确预测水体内部温度分布动态变化情况的计算流体力学（CFD）模型，但是目前仍缺乏综合考虑所有掺混机制影响的蓄热水库数值模型。因此，我们需要从与蓄热系统设计体积相当的自然分层水体的内部流动情况和斜温层形成机理的理论入手，推断可能影响超大型蓄热水体内部温度分层和流动情况的主要因素，重新刻画储热、取热物理模型。并基于冷热掺混的物理现象，采用合理简化建立全面反映水体内部掺混情况的数值模型。

6.讨论与总结

现有研究中尚缺乏合理的跨季节蓄热技术温度品位损失评价体系，对于超大规模温度分层蓄热水体的流动和传热情况研究也不充分，这些问题制约了我国蓄热水库工程应用的发展。本研究报告从现有的跨季节蓄热装置的热学性能和系统设计出发，指出了现有工程存在蓄热过程温度品位损失过大的共性问题，也强调了现有文献中使用[火用]参数评价温度品位损失的不合理之处。据此，本报告构建了基于[火积]和[火积]耗散参数的蓄热过程不可逆评价体系，并指出使用[火积]耗散参数分析蓄热过程热量传递不可逆时，具备物理意义明晰、形式简洁、易于指导实际工程等优点。并且，根据蓄热过程为非平衡态、蓄热介质为连续体、并具有动量和热量耦合传递现象等物理特征，提出了描述[火积]参数传递与耗散现象的微分方程分析方法，并基于蓄热介质中的[火积]平衡原则定义了[火积]效率在蓄热体连续介质传热问题中的通用表达式。

利用此评价体系，本报告提出区分理想过程与实际过程的[火积]耗散分析方法，并基于蓄热原理和[火积]耗散特点提出蓄热技术的再分类方法：流体置换式蓄热与换热器式蓄热。着重对比分析了水体蓄热与地埋管蓄热的[火积]耗散水平，并指出蓄热水库更适宜长周期蓄热，因为其置换蓄热原理本身是可逆的，而伴随发生的冷热掺混仅为置换过程的“副作用”，因此蓄热水库在[火积]耗散特点方面优于地埋管蓄热。

由此，进一步明确了分析蓄热水库流动传热现象和掺混过程的重要性；从宏观流动挟掺、剪切不稳定性、内波破碎掺混三类冷热掺混的基本机理描述物理现象和基本数学模型，并列举了蓄热水罐、湖泊、冷却池等温度分层水体的冷热掺混基本情况，达成了对蓄热水库中可能出现的掺混现象和物理模型的初步了解。

基于本报告的研究内容，作者希望提出以下四个关于蓄热水库运行过程[火积]耗散的关键问题，以展望未来可需要重点研究的方向：

（1） <u>如何从理论上消除学界目前对[火积]和[火积]耗散物理意义的认识偏差？</u>

每每尝试使用[火积]耗散描述蓄热和其他传热过程的“温度品位损失”时，都会受到一定程度的质疑：“应使用熵产或[火用]损才更符合经典热力学中的定义；而[火积]是一个尚未发展成熟的物理概念，所以应当谨慎使用”。本报告通过第二章的推导和论述，证明了在“总内能一定但内部温度分布发生变化”的情况下，<u>[火积]</u>耗散、熵产、和最大做功能力损失这三个参数可以通过平均温度作为系数而相互转换，这一情况正对应了温度分层的蓄热水体内部掺混而发生“温度品位损失”的工况。2.3 节也证明了，熵产在使用热力学温度倒数作为标尺时，就会呈现出传

统热力学温度体系下的[火积]耗散形式。那么，熵产和[火积]耗散在描述传热问题时的物理意义是否有可能在广义上是统一的？本报告给出了两者在数学定义上的关联，但还需更严格深入的论证和广泛的推广工作才能真正提高学界对[火积]耗散物理意义的充分认识和认可。

（2） 湍流掺混现象造成[火积]耗散的本质是什么？

本报告中呈现的各类冷热掺混物理现象，不论是流体宏观的、整体的运动导致一整部分的冷水和热水于一块区域汇聚、交织在一起的行为，还是微观层面上温度不同的“流体微团”由于涡流等因素混合到一起的过程，目前都被笼统地称为“冷热掺混”过程，因为这些现象都造成了冷、热水混合并形成了温度位于两者之间的水体。从蓄热整体效果来看，这些过程确实都造成了[火积]耗散，因为温度分布发生了不可逆地改变。但是，从 2.2 节和 5.1 节的分析中，我们已分析了可逆的温度分布变化和不可逆掺混过程的区别，那么我们一般统称为“冷热掺混”的现象中，哪些现象是不可逆过程并直接导致了[火积]耗散，又有哪些现象间接促进了[火积]耗散水平的提升？

首先，蓄热介质中的热传导是由于分子热运动引起的。分子热运动导致了分子之间的碰撞和相互作用。高温区域的分子具有更高的能量和速度，它们通过碰撞将能量传递给周围的分子，使得能量逐渐在物质中传播。热传导中的能量流动是由温度梯度驱动的。温度梯度越大，能量传递的速率越快，因为高温区域的分子热运动会更加剧烈地传递能量给低温区域的分子。分子热运动导致分子不断进行随机振动、旋转和平移，从而使物质趋向于更无序的状态，这种趋势是不可逆的。固体蓄热介质和静止或层流流动的流体介质的[火积]理论也表明热传导（分子热扩散）是导致[火积]耗散的本质原因。

当流体蓄热介质中存在湍流时，尽管实际上蓄热介质的分子热扩散系数并没有改变，但湍流对热传输的影响可以被视为一种有效的增强热扩散的过程。湍流通过将流体中温度（或浓度）不同的“流体微团”打散并将其搬运到相邻区域，这相当于在流体中增加了有效的扩散表面积，这种效应是由湍流流体的不规则、随机的运动所引起的，而不是通过增加热扩散系数来实现的，从现象上看就是导致了更强的热传输。较典型的湍流现象出现在浮射流和剪切不稳定的分层界面，基本遍布了整个蓄热体。尽管这种效应可以产生类似于增加热扩散系数的效果，但实际上它是通过湍流的混合作用实现的，而不是通过改变热扩散的基本性质。在湍流涡粘模型中，我们认为湍流可以被视为一种某种程度上的布朗运动，因此，可使用湍流粘性系数或湍流热扩散系数等效地描述湍流对动量或热量扩散速率的放大效应，但描述的则是湍流将分子热运动发生的界面面积扩大、扩散距离缩小后的效果，真正导致不可逆效应的过程还是分子热运动。

当我们将关注的尺度再一次放大，则关注的是将一部分流体从一个区域流动到

另一个区域的搅拌运动或对流运动，热压流动、布液惯性流动等等都是此类现象。假设流体介质的热扩散系数（热传导系数）为零，则流体的位移过程本身也不会导致流体内部发生任何状态变化，可被认为是可逆的。但是搅拌过程却拉伸和扭曲整个区域，使得导致分子热运动发生的温度梯度和接触面积增加，因此在存在热扩散系数的流体中，搅拌过程就会促进了分子热运动过程，同样达到“冷热掺混”并强化[火积]耗散的整体效果。可以说，宏观的搅拌/对流过程对[火积]耗散的促进作用的性质与微观的湍流是一样的，但由于后者的特征长度相对于前者小了好几个数量级，因此在多数模型中后者一般直接用等效扩散系数表示。因此，我们需要进一步了解到，“冷热掺混”现象会导致蓄热水体在宏观现象上的[火积]耗散，但究其本质，还是蓄热介质的构成分子被特征长度不同的流动现象被放大可逆热运动速度导致的效应。

（3） 如何预测蓄热水库实际工程条件下的掺混强度？

本报告全面地归纳总结了呈现自然分层的湖泊、海洋和小型斜温层式蓄热水罐中的掺混现象。但我们需要清晰地认识到：以上分层水体的边界条件和超大规模蓄热水库存在一些本质区别：（1）自然分层水体中的冷、热水体的温差仅为 10 K 左右，而蓄热水库的冷热水温差可高达 70 K；（2）湖泊、海洋存在表面风输入动量、水体边缘形态复杂等一些易于导致水体扰动和掺混的客观条件，但是建设蓄热水库的手段就是通过设置顶盖保温和平整的水体构造物等方法减少产生扰动和掺混的可能性。目前，学术界对于大温差、强分层边界条件下紊动掺混的形成机制与强度还存在争议，因此许多现有研究的结论无法直接用于预测超大规模蓄热水库的实际掺混强度。

因此，我们需要从流体力学机理出发，构建紊动掺混现象的基本模型：明确涉及流体分层特性和紊动掺混现象强弱的无量纲数，理清浮力（重力）、惯性力、粘性力在分层不稳定性、内波破碎等掺混形成机制中的相互作用关系，阐明蓄热工程条件下的紊动掺混成因机理。并建立紊动掺混强度表达式：明确超大规模跨季节蓄热水体工程中的流动传热边界条件，包括冷热水温差、流体水平向速度分布、剪切层厚度与剪切率等边界条件参数，通过数值模拟或相似流动实验等手段探明实际蓄热工况下的掺混强度。最后建立整体流动掺混强度：归纳适用于大流量进出流工况的进、出水口的设计方案和相应的布液特性，明确二元温差异重流整体水流运动的相似规律，归纳描述温差异重流中排水射流挟掺效应、取水卷吸效应的相关参数和经验公式，关于布液口设计参数和描述冷热水温差、流速（流量）等运行参数的无量纲数的表达式。总的来说，还需深入开展关于掺混现象的基础性研究。

（4） 为解决工程设计问题，如何构建耦合蓄热水体温度场数值解的动态[火积]耗散计算方法、与目标函数为掺混总[火积]耗散最小化的流动设计原理？

在明确各类冷热掺混过程的[火积]耗散模型的前提下，可对蓄热水体全域进行[火积]耗散分析，探究各蓄热阶段和各水流途径区域的掺混活动特性以及对应的[火积]耗散大小，并从整体视角分析蓄热水体中造成[火积]耗散的主要矛盾。这需要创新地建立一种耦合蓄热水体温度场模拟的全域[火积]耗散计算方法，将各类掺混现象和对应边界条件下的掺混强度对流场和温度场的影响综合地反映在基于对流——扩散方程建立的数学模型中，并且也需要动态地提取出具有时间变量的流场、温度场信息以计算各瞬态下三种掺混方式导致的[火积]耗散量。现有文献已建立了瞬态传热问题[火积]耗散最小化的优化分析理论，但涉及的传热机制仅有一维热传导，但并不适用于水体温度分层流动情况。因此，需要建立一种适用于优化水体蓄热设计的耦合温度场模拟的全域[火积]耗散计算方法，并针对实现[火积]耗散最小化这一目标函数构建蓄热水体的优化设计流程。

致 谢

衷心地感谢合作导师江亿教授给予我在清华大学开展博士后工作和学习的机会。江老师心系祖国建筑节能事业的伟大情怀和一丝不苟的科研精神深深地感染了我，您为我指明了未来科研工作的方向：实现供热低碳的跨季节蓄热技术；您也指导并激励我深入探究蓄热过程的本质，让我突破了自己的思维局限、并精进了对建筑供热供冷技术的科学性认识。两年来，能得到您的言传身教和您的厚爱与关怀，我感到十分荣幸和感恩！

由衷地感谢谢晓云副教授对于我的悉心指导和关心！是您的支持和组里师弟、师妹们的帮助使我能一步步开展对跨季节蓄热技术和蒸发冷却技术的研究，在您的课题组里我学习了很多新知识、新技术，两年来我受益匪浅。

同时也感谢胡姗老师给予我的指导和鼓励！如果没有胡老师的帮助，我不可能完成《中国瑞典建筑碳排放对比及对中国建筑碳中和路径的启示》这项让我感到十分自豪的工作。

感谢我的家人与朋友们对我无条件的支持！在清华大学开展博士后工作的这一段经历将让我受益终身，也让我明白了继续前行的方向和意义。愿自己能不忘初心，砥砺前行。

参考文献

Alfred Wüest, A. L. (2003). "SMALL-SCALE HYDRODYNAMICS IN LAKES." Annual Review of Fluid Mechanics **35**(1): 373-412.

Andrews, M. J. and S. B. Dalziel (2010). "Small atwood number Rayleigh–Taylor experiments." Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences **368**(1916): 1663-1679.

Arthur, R. S., J. R. Koseff and O. B. Fringer (2017). "Local versus volume-integrated turbulence and mixing in breaking internal waves on slopes." Journal of Fluid Mechanics **815**: 169-198.

ASHRAE, A. H. (2012). "Hvac systems and equipment, American society of heating." Refrigeration and Air-conditioning Engineers, Atlanta, GA.

Avsarkisov, V. (2020). "On the buoyancy subrange in stratified turbulence." Atmosphere **11**(6): 659.

Bai, Y., Z. Wang, J. Fan, M. Yang, X. Li, L. Chen, G. Yuan and J. Yang (2020). "Numerical and experimental study of an underground water pit for seasonal heat storage." Renewable Energy **150**: 487-508.

Bai, Y., M. Yang, J. Fan, X. Li, L. Chen, G. Yuan and Z. Wang (2021). "Influence of geometry on the thermal performance of water pit seasonal heat storages for solar district heating." Building Simulation **14**(3): 579-599.

Bednarz, T. P., C. Lei and J. C. Patterson (2008). "An experimental study of unsteady natural convection in a reservoir model cooled from the water surface." Experimental Thermal and Fluid Science **32**(3): 844-856.

Bejan, A. (2013). Free Turbulent Flows. Convection Heat Transfer**:** 398-427.

Bird, R. B., W. E. Stewart and E. N. Lightfoot (2002). Transport Phenomena, Second Edition, John Wiley and Sons, New York.

Carpenter, J. R., E. W. Tedford, M. Rahmani and G. A. Lawrence (2010). "Holmboe wave fields in simulation and experiment." Journal of Fluid Mechanics **648**: 205-223.

Caulfield, C. P. (2021). "Layering, Instabilities, and Mixing in Turbulent Stratified Flows." Annual Review of Fluid Mechanics **53**(1): 113-145.

Caulfield, C. P. and W. R. Peltier (2000). "The anatomy of the mixing transition in homogeneous and stratified free shear layers." Journal of Fluid Mechanics **413**: 1-47.

Chandra, Y. P. and T. Matuska (2019). "Stratification analysis of domestic hot water storage tanks: A comprehensive review." Energy and Buildings **187**: 110-131.

Chandrasekar, S. (1961). Hydrodynamic and Magnetohydrodynamic stability, Oxford

University Press.

Chang, C., Z. Wu, H. Navarro, C. Li, G. Leng, X. Li, M. Yang, Z. Wang and Y. Ding (2017). "Comparative study of the transient natural convection in an underground water pit thermal storage." Applied Energy **208**: 1162-1173.

Chen, C.-Y., J. Hsu, H.-H. Chen, C.-F. Kuo and M.-H. Cheng (2007). "Laboratory observations on internal solitary wave evolution on steep and inverse uniform slopes." Ocean Engineering **34**: 157-170.

D R F Harleman, a. and K. D. Stolzenbach (1972). "Fluid Mechanics of Heat Disposal from Power Generation." Annual Review of Fluid Mechanics **4**(1): 7-32.

Dahash, A., F. Ochs and A. Tosatto (2021). "Techno-economic and exergy analysis of tank and pit thermal energy storage for renewables district heating systems." Renewable Energy **180**: 1358-1379.

Dahash, A., F. Ochs, A. Tosatto and W. Streicher (2020). "Toward efficient numerical modeling and analysis of large-scale thermal energy storage for renewable district heating." Applied Energy **279**: 115840.

Debler, W. R. (1959). "Stratified flow into a line sink." Journal of the Engineering Mechanics Division **85**(3): 51-65.

Drazin, P. G. (2002). Introduction to hydrodynamic stability, Cambridge university press.

Ellison, T. and J. Turner (1959). "Turbulent entrainment in stratified flows." Journal of Fluid Mechanics **6**(3): 423-448.

Fan, J., J. Huang, A. Chatzidiakos and S. Furbo (2017). Experimental and theoretic investigations of thermal behavior of a seasonal water pit heat storage. Proceedings of Solar World Congress.

Fan, L.-N. and N. H. Brooks (1969). "Numerical solutions of turbulent buoyant jet problems."

Fernández Castro, B., A. Wüest and A. Lorke (2021). Small-scale turbulence and mixing: energy fluxes in stratified lakes. Reference Module in Earth Systems and Environmental Sciences, Elsevier.

Fernando, H. J. (2012). "Handbook of environmental fluid dynamics, volume one: overview and fundamentals."

Fischer, H. B., J. E. List, C. R. Koh, J. Imberger, R. C. Koh and N. H. Brooks (1979). Mixing in inland and coastal waters, Academic press.

Fraunié, P., S. BERRABAA, J. M. Redondo and e. al Stratified turbulent flows in Ocean and Atmosphere : Processes, observations and CFD, Laboratoire de Sondages Electromagnétiques de l'Environnement Terrestre

(Université de Toulon et du Var).

Gorham, E. and F. M. Boyce (1989). "Influence of Lake Surface Area and Depth Upon Thermal Stratification and the Depth of the Summer Thermocline." Journal of Great Lakes Research **15**(2): 233-245.

Heller, F. (1997). "Floating lid constructions for large pit water heat storage." Proceedings Megastock **1**: 503-508.

Henderson-Sellers, B. (1985). "New formulation of eddy diffusion thermocline models." Applied Mathematical Modelling **9**(6): 441-446.

Hess, C. F. and C. W. Miller (1982). "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline-type cylindrical enclosure—II Numerical model." Solar Energy **28**(2): 153-161.

Hipsey, M. R., L. C. Bruce, C. Boon, B. Busch, C. C. Carey, D. P. Hamilton, P. C. Hanson, J. S. Read, E. de Sousa and M. Weber (2019). "A General Lake Model (GLM 3.0) for linking with high-frequency sensor data from the Global Lake Ecological Observatory Network (GLEON)." Geoscientific Model Development **12**(1): 473-523.

Holford, J. M. and P. F. Linden (1999). "Turbulent mixing in a stratified fluid." Dynamics of Atmospheres and Oceans **30**(2): 173-198.

Hondzo, M. and H. G. Stefan (1993). "Lake Water Temperature Simulation Model." Journal of Hydraulic Engineering **119**(11): 1251-1273.

Imberger, J. and H. B. Fischer (1970). Selective withdrawal from a stratified reservoir, Environmental Protection Agency, Water Quality Office.

Ivey, G. N., K. B. Winters and J. R. Koseff (2008). "Density Stratification, Turbulence, but How Much Mixing?" Annual Review of Fluid Mechanics **40**(1): 169-184.

Jassby, A. and T. Powell (1975). "Vertical patterns of eddy diffusion during stratification in Castle Lake, California 1." Limnology and oceanography **20**(4): 530-543.

Jianhua Fan, J. H., Ola Lie Andersen, Simon Furbo (2017). Thermal performance analysis of a solar heating plant. Solar World Congress 2017 - Abu Dhabi, United Arab Emirates. Abu Dhabi, United Arab Emirates.

Jirka, G. H. and D. R. F. Harleman (1979). "Stability and mixing of a vertical plane buoyant jet in confined depth." Journal of Fluid Mechanics **94**(2): 275-304.

Keulegan, G. H. (1950). Interfacial instability and mixing in stratified flows, US Department of Commerce, National Bureau of Standards.

Lefauve, A., J. L. Partridge, Q. Zhou, S. B. Dalziel, C. P. Caulfield and P. F. Linden (2018). "The structure and origin of confined Holmboe waves." Journal of Fluid Mechanics **848**: 508-544.

Lorenz, E. N. (1955). "Available Potential Energy and the Maintenance of the General Circulation." Tellus **7**(2): 157-167.

Macintyre, S. and R. Jellison (2001). "Nutrient fluxes from upwelling and enhanced

turbulence at the top of the pycnocline in Mono Lake, California." Hydrobiologia **466**: 13-29.

Ochs, F., J. Nußbicker, R. Marx, H. Koch, W. Heidemann and H. Müller-Steinhagen (2008). Solar assisted district heating system with seasonal thermal energy storage in Eggenstein-Leopoldshafen.

Okoye, J. K. (1971). Characteristics of transverse mixing in open-channel flows, California Institute of Technology.

Osborn, T. R. (1980). "Estimates of the Local Rate of Vertical Diffusion from Dissipation Measurements." Journal of Physical Oceanography **10**(1): 83-89.

Otto, H. and C. Cierpka (2021). "Influence of thermal stratification on vertical natural convection—Experimental investigations on the example of thermal energy storage systems." Physics of Fluids **33**(8).

Peltier, W. and C. Caulfield (2003). "Mixing efficiency in stratified shear flows." Annual review of fluid mechanics **35**(1): 135-167.

Pilotelli, M., B. Grassi, A. M. Lezzi and G. P. Beretta (2022). "Flow models of perforated manifolds and plates for the design of a large thermal storage tank for district heating with minimal maldistribution and thermocline growth." Applied Energy **322**: 119436.

Pilotelli, M., B. Grassi, D. Pasinelli and A. M. Lezzi (2022). "Performance analysis of a large TES system connected to a district heating network in Northern Italy." Energy Reports **8**: 1092-1106.

PlanEnergi, J. 1 and Skørping (2015). SUNSTORE 3, Phase 2 and SUNSTORE 3, Additional application.

Rendall, J., A. Abu-Heiba, K. Gluesenkamp, K. Nawaz, W. Worek and A. Elatar (2021). "Nondimensional convection numbers modeling thermally stratified storage tanks: Richardson's number and hot-water tanks." Renewable and Sustainable Energy Reviews **150**: 111471.

Ryan, P. J., D. R. F. Harleman and K. D. Stolzenbach (1974). "Surface heat loss from cooling ponds." Water Resources Research **10**(5): 930-938.

Schmidt, T. and P. A. Sørensen (2018). Monitoring results from large scale heat storages for district heating in Denmark. 14th International Conference on Energy Storage.

Shih, L. H., J. R. Koseff, G. N. Ivey and J. H. Ferziger (2005). "Parameterization of turbulent fluxes and scales using homogeneous sheared stably stratified turbulence simulations." Journal of Fluid Mechanics **525**: 193-214.

Sifnaios, I., G. Gauthier, D. Trier, J. Fan and A. R. Jensen (2023). "Dronninglund water pit thermal energy storage dataset." Solar Energy **251**: 68-76.

Simpson, J. H. and J. D. Woods (1970). "Temperature Microstructure in a Fresh Water Thermocline." Nature **226**(5248): 832-835.

Stolzenbach, K. D. and D. R. Harleman (1971). An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water, Environmental Protection Agency, Water Quality Office.

Strang , E. and H. Fernando (2001). "Entrainment and mixing in stratified shear flows." Journal of Fluid Mechanics **428**: 349-386.

Streeter, V. L. and J. Kestin (1961). "Handbook of Fluid Dynamics." Journal of Applied Mechanics **28**(4): 640-640.

Tennekes, H., J. L. Lumley and J. L. Lumley (1972). A first course in turbulence, MIT press.

Thorpe, S. A. (2007). An introduction to ocean turbulence, Cambridge University Press Cambridge.

Thorpe, S. A. and G. E. R. Deacon (1977). "Turbulence and mixing in a Scottish Loch." Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences **286**(1334): 125-181.

Thorpe, S. A. and A. J. Hall (1974). "Evidence of Kelvin-Helmholtz billows in Loch Ness." Limnology and Oceanography **19**(6): 973-976.

Thorpe, S. A. and A. J. Hall (1980). "The mixing layer of Loch Ness." Journal of Fluid Mechanics **101**(4): 687-703.

Thorpe, S. A., A. J. Hall, C. Taylor and J. Allen (1977). "Billows in Loch Ness." Deep Sea Research **24**(4): 371-IN373.

van Berkel, J., C. C. M. Rindt and A. A. van Steenhoven (2002). "Thermocline dynamics in a thermally stratified store." International Journal of Heat and Mass Transfer **45**(2): 343-356.

Villermaux, E. and E. J. Hopfinger (1994). "Periodically arranged co-flowing jets." Journal of Fluid Mechanics **263**: 63-92.

Walter, R. K., C. B. Woodson, R. S. Arthur, O. B. Fringer and S. G. Monismith (2012). "Nearshore internal bores and turbulent mixing in southern Monterey Bay." Journal of Geophysical Research: Oceans **117**(C7).

Winters, K. B., P. N. Lombard, J. J. Riley and E. A. D'Asaro (1995). "Available potential energy and mixing in density-stratified fluids." Journal of Fluid Mechanics **289**: 115-128.

Woods, J. D. (1968). "Wave-induced shear instability in the summer thermocline." Journal of Fluid Mechanics **32**(4): 791-800.

Xiang, Y., Z. Xie, S. Furbo, D. Wang, M. Gao and J. Fan (2022). "A comprehensive review on pit thermal energy storage: Technical elements, numerical approaches and recent applications." Journal of Energy Storage **55**: 105716.

Xie, Z., Y. Xiang, D. Wang, O. Kusyy, W. Kong, S. Furbo and J. Fan (2021). "Numerical investigations of long-term thermal performance of a large water pit heat storage." Solar Energy **224**: 808-822.

Zurigat, Y., K. Maloney and A. Ghajar (1989). "A comparison study of one-dimensional models for stratified thermal storage tanks."

Zurigat, Y. H., P. R. Liche and A. J. Ghajar (1991). "Influence of inlet geometry on mixing in thermocline thermal energy storage." **34**(1): 115-125.

陈惠泉, 岳钧堂 and 陈燕茹 (1993). "我国电厂排取水口规划特色及其水力热力特性." 水利学报(10): 1-11.

陈惠泉, 陈. (1963). 二元温差出流掺混问题(无限水深) 的研究. 水利水电科学研究院科学研究论文集第 7 集（水力学、冷却水）.

陈惠泉, 陈. (1984). 二元温差出流的局部掺混. 水利水电科学研究院科学研究论文集第 17 集（冷却水）.

陈惠泉, 许. (1963). 河道冷却水平面流动问题的研究. 水利水电科学研究院科学研究论文集第 7 集（水力学、冷却水）.

范乐年，柳新之 (1984). "湖泊、水库和冷却池水温预报通用模型." 水利水电科学研究论文集—第 17 集(冷却水).

黄永坚 (1986). 水库分层取水, 水利电力出版社.

李丙瑞 (2006). 海洋中的内波及其演变、破碎和所致混合 博士, 中国海洋大学.

李广宁 (2015). 大型水库水温结构及取水口前流场研究 博士, 天津大学.

李晓霞 (2021). 太阳能跨季节储/供热系统动态特性及运行策略研究 博士, 兰州理工大学.

牛午生 (1999). "选择取水的水力计算." 四川水力发电(03): 77-79+82.

钱宁 (1957). 异重流, 水利出版社.

任实 (2016). 温度分层水库中密度流运动特性研究 博士, 武汉大学.

余常昭 (1992). 环境流体力学导论, 清华大学出版社.

朱海, 王玲玲, 唐洪武 and 曾诚 (2014). "湖库内波的生成传播特性及其环境效应研究进展." 水利学报 **45**(04): 386-393.